ENSIETA
ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE D'INGÉNIEURS

Extraction et Exploitation de l'Information en Environnements Incertains

Fusion et aide à la décision : approches crédibilistes

Arnaud MARTIN

ENSIETA / E3I2 EA3876

Brest, France

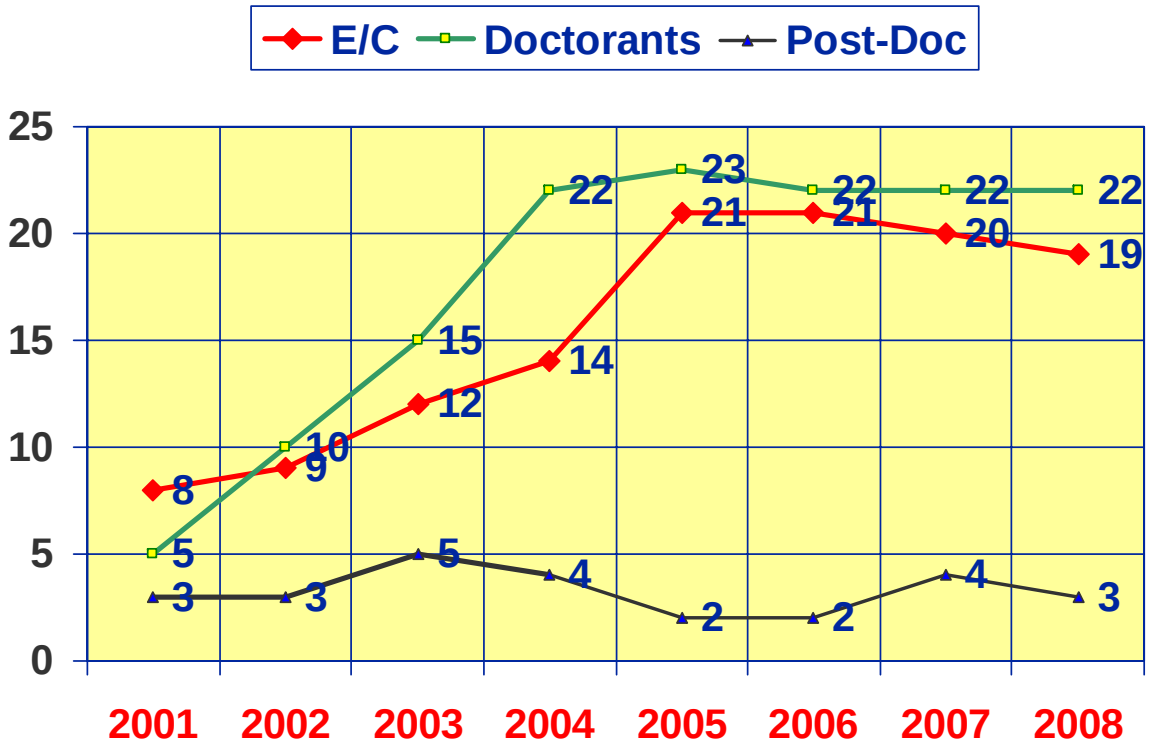
> Plan

1. Présentation du laboratoire

2. Présentation de l'équipe fusion et aide à la décision

3. La gestion du conflit

Quelques chiffres



www.ensieta.fr/e3i2

En avril 2008

- **Enseignants Chercheurs : 14**
- **EC associés : 5**
- **Chercheurs associés : 1**
- **Recrutement en cours : 1EC**

- **Post-Doc : 3**
- **Ingénieur : 1**
- **Doctorants : 22**
- **Secrétariat : 1**
- **Stagiaires**
  - **14 en 2001/2002**
  - **14 en 2002/2003**
  - **18 en 2003/2004**
  - **9 en 2004/2005**
  - **13 en 2005/2006**
  - **11 en 2006/2007**

Thématiques / Equipes

E^3I^2- EA3876

Equipe 1 :

Radar et Observation à Distance de l'Environnement Marin

Equipe 2 :

Sonar et Perception du Milieu sous-Marin

Chercheurs associés :
Equipe ASM Ecole Navale

Equipe 3 :

Fusion et Aide à la Décision

❶ **Modélisation et Caractérisation de l'Environnement**

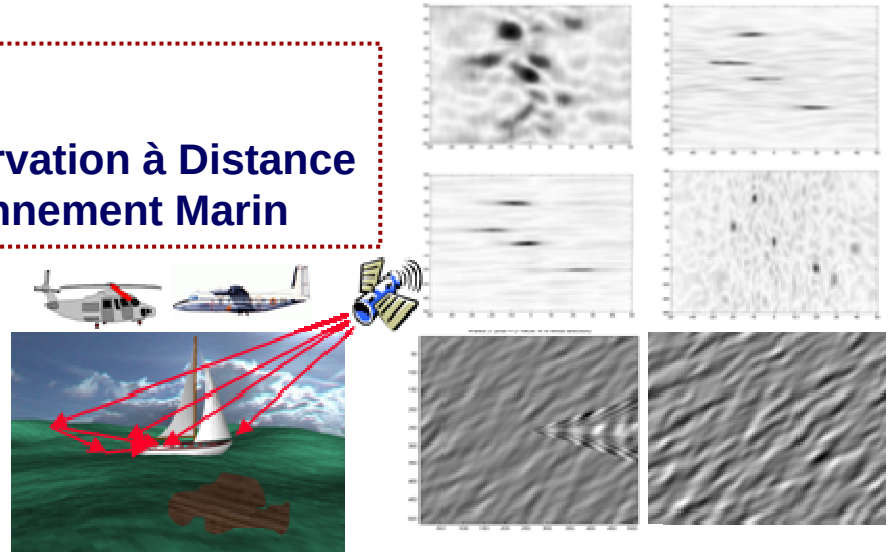
❷ **Représentation et Extraction de l'Information**

❸ **Fusion et Aide à la Décision**

> Equipes

Equipe 1 :

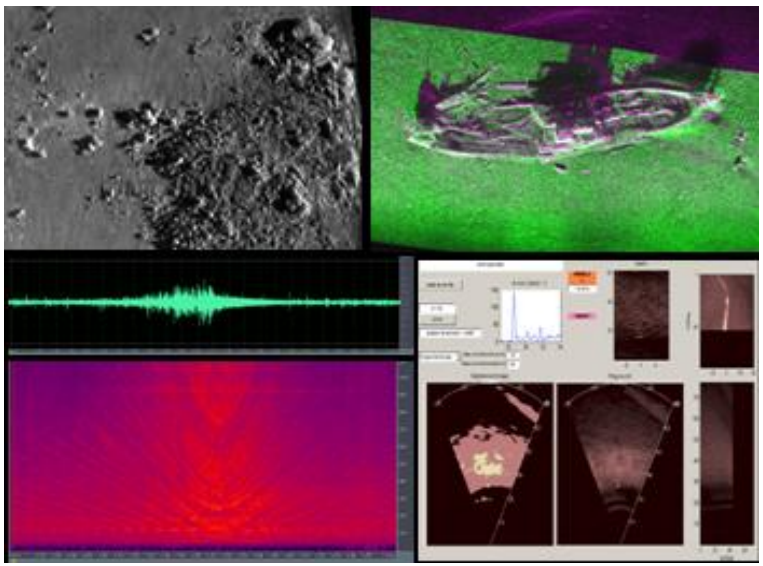
Radar et Observation à Distance de l'Environnement Marin

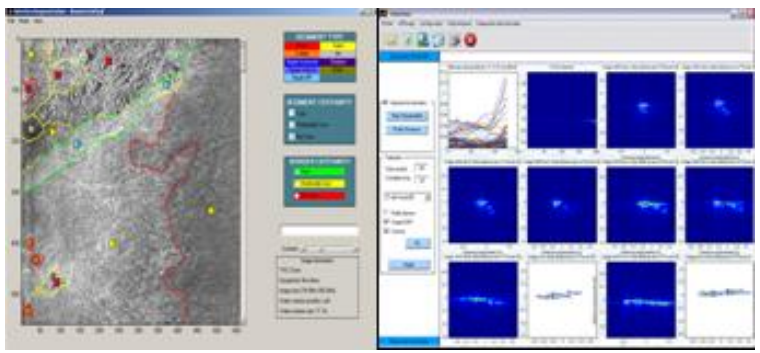


Equipe 2 :

Sonar et Perception du Milieu sous-Marin

Chercheurs associés :
Equipe ASM Ecole Navale





Equipe 3 :

Fusion et Aide à la Décision

Equipe fusion et aide à la décision

Création de l'équipe : Septembre 2006

Effectif

- Permanents : 4
- Post Doc : 1
- Doctorants : 3 en cours + 3 thèses soutenues

Motivation et objectifs

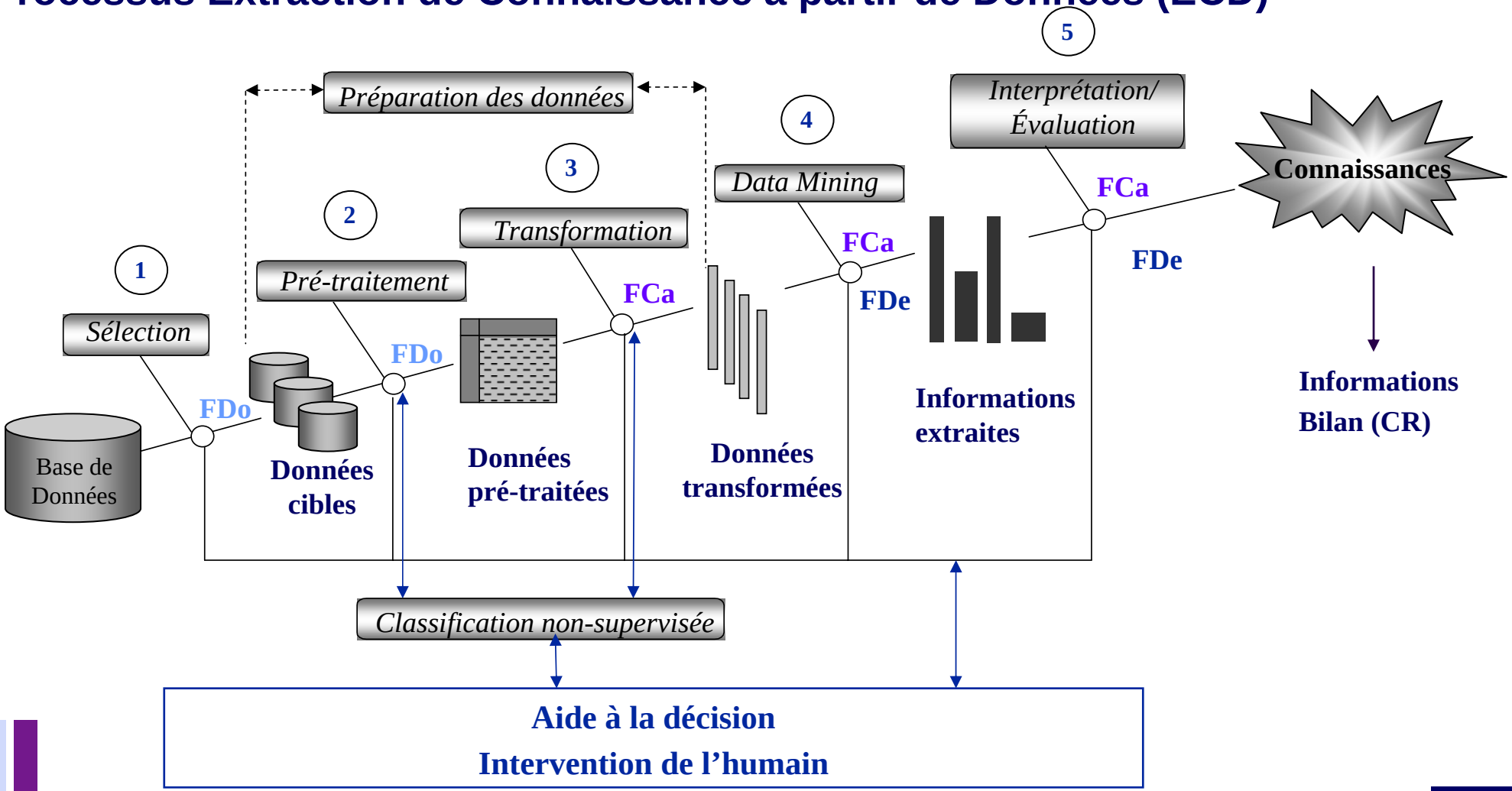
Conception de systèmes d'information pour l'aide à la décision sur des applications radar et sonar

1. Intégrer les nombreuses données hétérogènes et imparfaites (**incertaines, imprécises**) provenant de différentes sources pour produire une information unifiée, spécifique et compréhensible

2. **Aider à la prise de décision** par la représentation, l'extraction et l'exploitation des connaissances acquises sur les systèmes

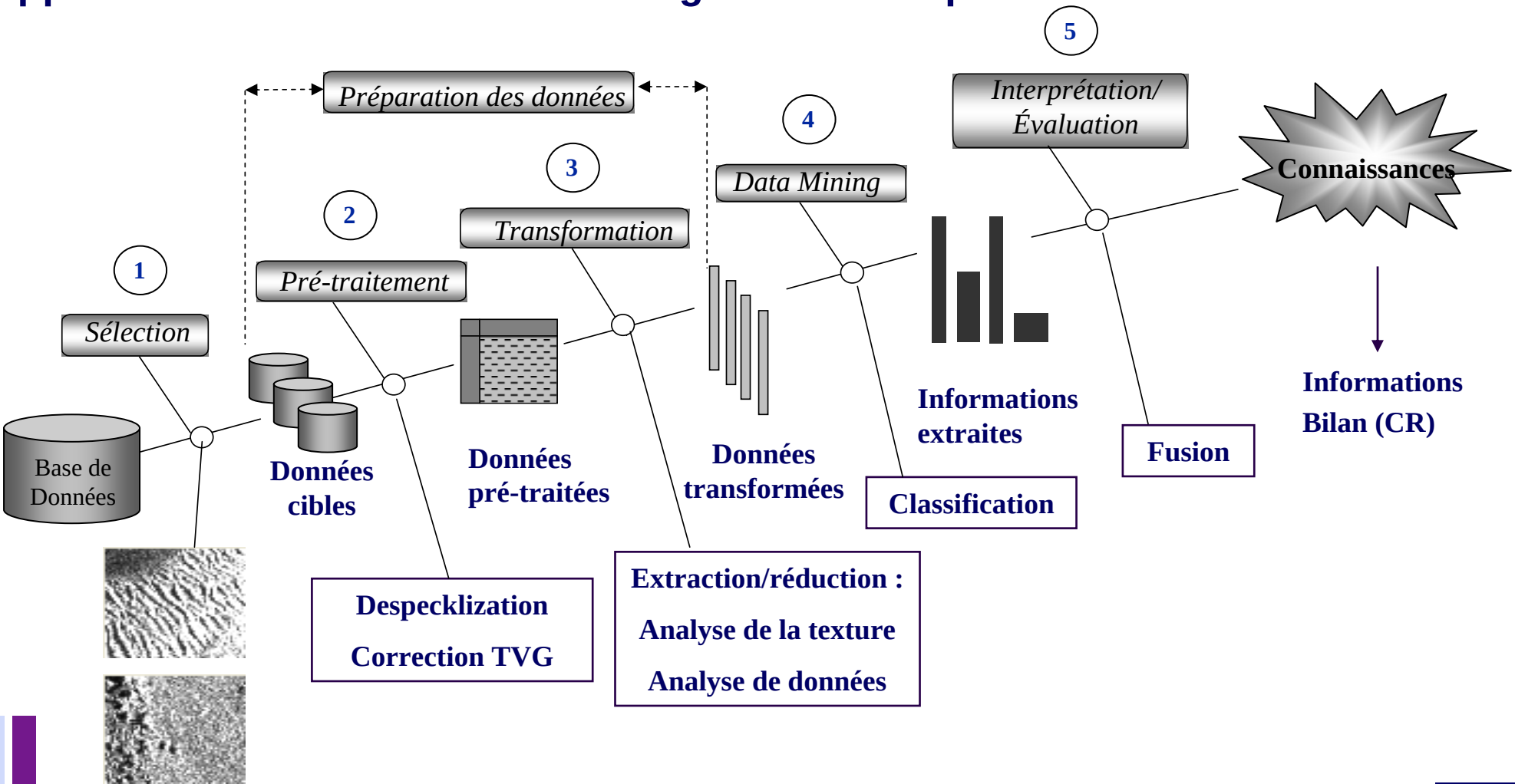
Méthodologie générale

Processus Extraction de Connaissance à partir de Données (ECD)

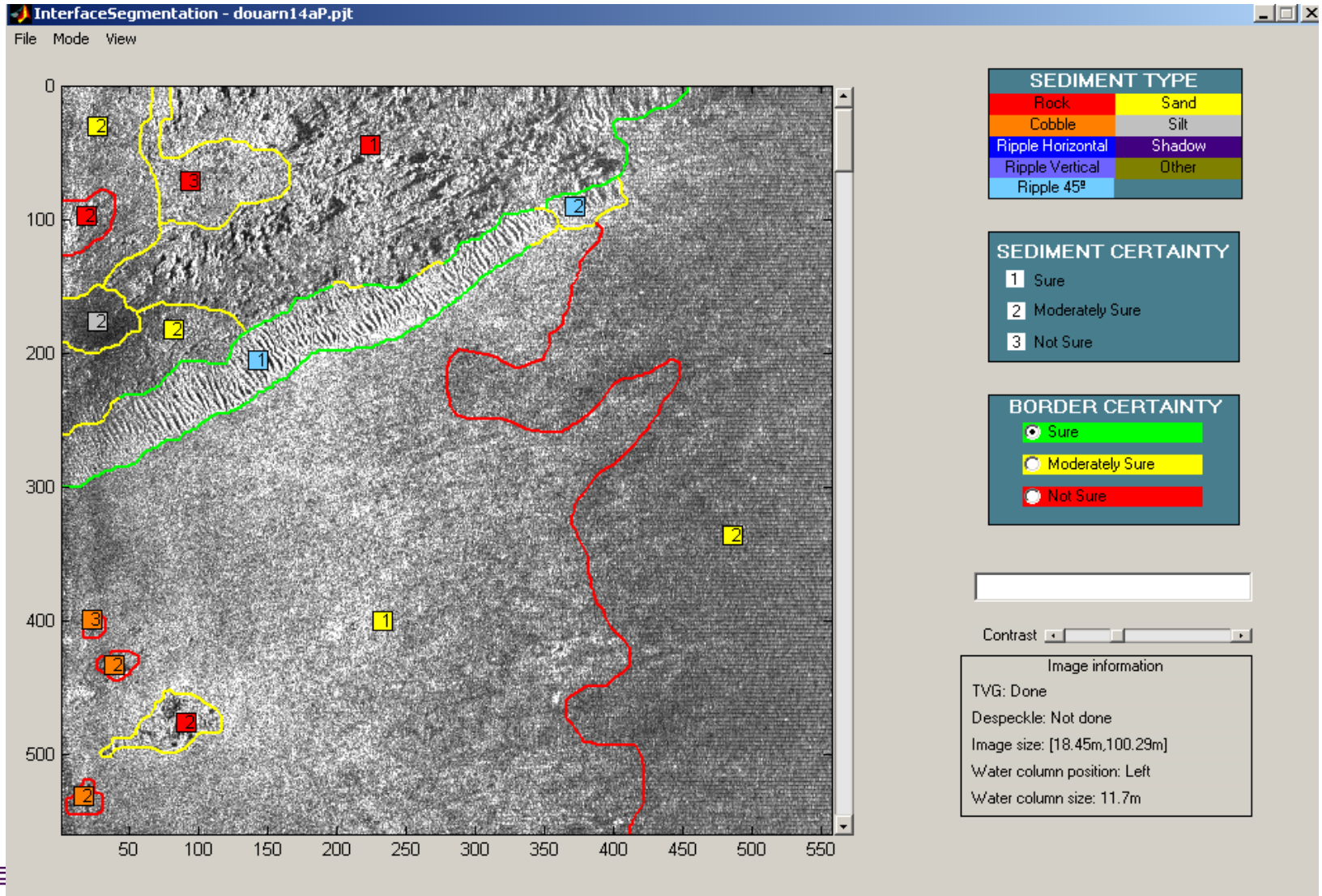


> Méthodologie générale

Application à la classification d'images sonar du processus ECD



Logiciel de segmentation manuel



Plan : présentation rapide de l'équipe

1. Thème Fusion d'informations

- Théorie des fonctions de croyances
- Approche ensembliste

2. Thème Systèmes pour l'aide à la décision

- Classification
- Méthodes et outils de l'ingénierie système

> Thème Fusion d'informations (1/4)

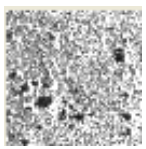
- **BUT :** Combiner des informations issues de *plusieurs sources* imparfaites afin d'améliorer la prise de décision en tenant compte des imprécisions et incertitudes
- **Contexte :** plusieurs experts (ou classifieurs) donnant une information sur la classe perçue
- **Méthodes :** Théories de l'incertain : Théorie des possibilités et des fonctions de croyance

- **Problèmes**
  1. **non exclusivité des classes : DSmT,**
  2. **le choix de la modélisation : approche ensembliste,**
  3. **la gestion du conflit lors de la combinaison : PCR6 et autres**

> Thème Fusion d'informations (2/4)

1. Non exclusivité des classes : DSmT

- **Extension de l'espace d'expression de 2^θ à D^θ** pour avoir un ensemble fermé pour l'intersection (en plus de l'union)
- **L'expert peut s'exprimer sur** $A \cap B$ (résout le problème de la non exclusivité des classes)
- **Exemple : Classification de textures**



Roche OU Sable

Roche ET Sable

Publications : Martin et Osswald 2006 : revue Information & Security

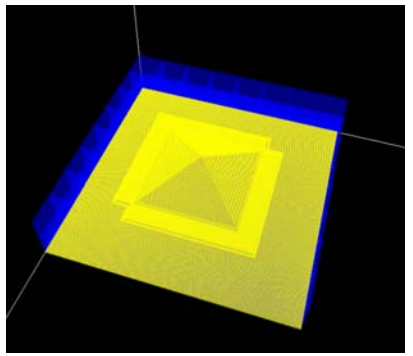
Collaboration : Université M5, ONERA, GESMA

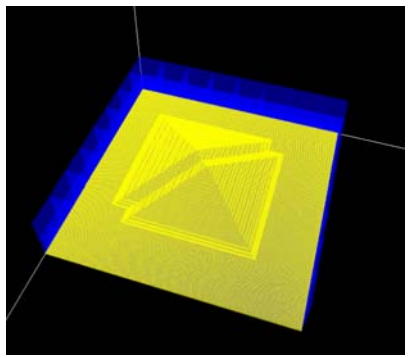
Perspectives : Problème de coût calculatoire

> Thème Fusion d'informations (3/4)

2. Le choix de la modélisation : approche ensembliste

Pour représenter imprécision et incertitude





- **Estimation de la bathymétrie de l'océan avec un sonar et pour la localisation d'un AUV**

Publication : Jaulin 2007: ICRA, ICNO
Collaboration : GESMA

- **Fusion multi- radar**

$$\xi_{\pi'} = \max\left(\frac{\min(\pi_1,\pi_2)}{h}, \min(\max(\pi_1,\pi_2), 1-h)\right)$$

Thèse : Mazeika
Publication : Mazeika, et al. 2007 : Conférence Fusion
Collaboration : ENSTB, Autocruise
Perspective : Intégration des approches ensemblistes dans fonctions de croyance
Développement pour du suivi de cibles

> Thème Fusion d'informations (4/4)

3. La gestion du conflit : PCR6

- **Solution** : **En redistribuant le conflit** selon la PCR6 on ajoute

$m_1^2(A)m_2(B)/(m_1(A)+m_2(B))$ à $m(A)$ et

$m_1(A)m_2^2(B)/(m_1(A)+m_2(B))$ à $m(B)$

$$m_{PRC6}(X) = m_{conj}(X) + \sum_{i=1}^{M} m_i(X)^2 \sum_{\substack{\bigcap_{k=1}^{M-1} Y_{\sigma_i(k)} \cap X \equiv \emptyset \\ (Y_{\sigma_i(1)},\ldots,Y_{\sigma_i(M-1)}) \in (D^\Theta)^{M-1}}} \left(\frac{\prod_{j=1}^{M-1} m_{\sigma_i(j)}(Y_{\sigma_i(j)})}{m_i(X) + \sum_{j=1}^{M-1} m_{\sigma_i(j)}(Y_{\sigma_i(j)})} \right)$$

	$\emptyset$	A	B	Θ
m_1	0	0.6	0	0.4
m_2	0	0.3	0.2	0.5
m_c	0.12	0.6	0.08	0.2
m_{PCR6}	0	0.69	0.11	0.2

$$m_c(A) = \sum_{B_1 \cap B_2 = A} m_1(B_1)m_2(B_2)$$

Publications : Martin et Osswald 2006 : 2 chapitres : DSmT Book Vol2
Martin et Osswald 2006, 2007 : revue Traitement du signal, Conférence Fusion

Collaboration : ONERA

Perspectives : Problème de coût calculatoire

> Plan : présentation rapide de l'équipe

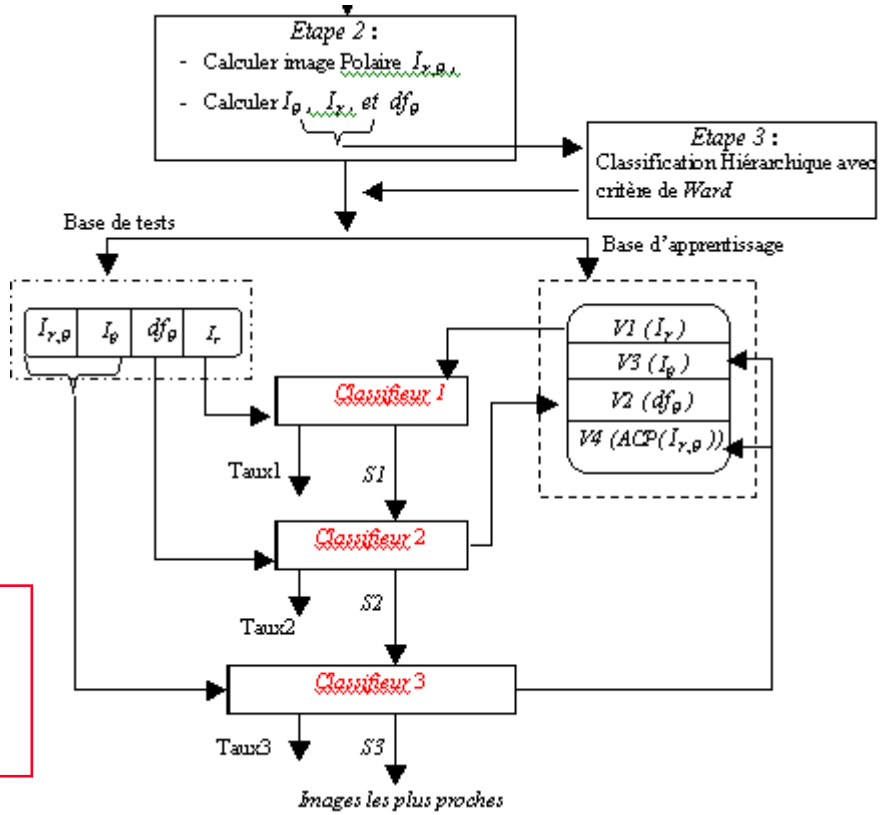
1. **Thème Fusion d'informations**
   - Théorie des fonctions de croyances
   - Approche ensembliste
2. **Thème Systèmes pour l'aide à la décision**
   - Classification
   - Méthodes et outils de l'ingénierie système

> Thème Systèmes pour l'aide à la décision (1/4)

- **Extraction / Réduction**

  Analyse de données : Analyse en Composantes Curvilinéaire (ACC) et ACC supervisée

Thèse : Laanaya soutenue 2007
Publications : Laanaya et al. 2007 : Conférence EGC
Collaboration : GESMA et Université M5
Perspectives : Application en recalage, GESMA



- **Classification supervisée en environnements incertains**

Classification de cibles radar

Thèse : Toumi soutenue 2007
Publications : Toumi et al. 2006 : Conférence SFC
Poursuite : thèse Saidi

> Thème Systèmes pour l'aide à la décision (2/4)

- **Classification supervisée en environnements incertains**

  Support Vector Machine SVM flou et crédibiliste :

  Régression tenant compte des conditions sur les fonctions de croyance et d'appartenance : minimiser

$$\frac{1}{2}\sum_{n=1}^{N}\|w_n\|^2 + C\sum_{n=1}^{N}\sum_{t=1}^{l}(\xi_{tn}+\xi_{tn}^*)$$

  telles que

$$|y_{tn} - w_n.x_t + b^n| \leq \epsilon \qquad y_{tn} \in [0,1] \text{ et } \sum_{n=1}^{N} y_{tn} = 1$$

  avec

  flou : $N=N_c$

  crédibiliste : $N=2^{Nc}$

Thèse : Laanaya soutenue 2007

Publications : Laanaya et al. 2007 : Conférences EGC et LFA

Collaboration : GESMA et Université M5

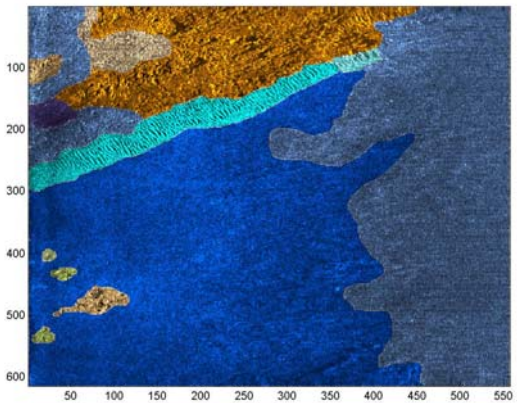
Perspective : Optimisation des constantes

Projets : GESMA

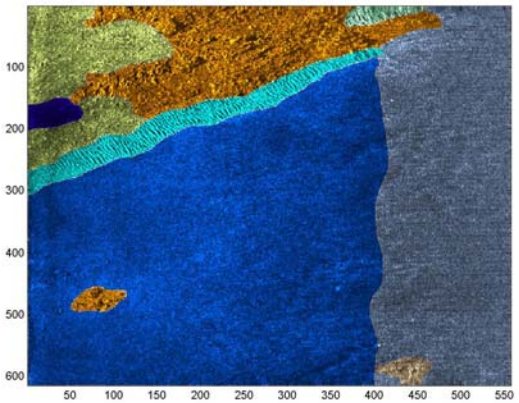
> Thème Systèmes pour l'aide à la décision (3/4)

- **L'évaluation en environnement incertain et imprécis : flou**

Problèmes : besoin d'une réalité terrain (apprentissage, évaluation)



Expert 1



Expert 2

Incertitudes

Imprécisions

Unité imagette : plusieurs sédiments possibles

Thèses : Laanaya, Arnold-Bos

Publications : Martin, et al. 2006 : revue Pattern Recognition

Martin 2006 : Conférence Fusion

Collaborations : Université M5, GESMA

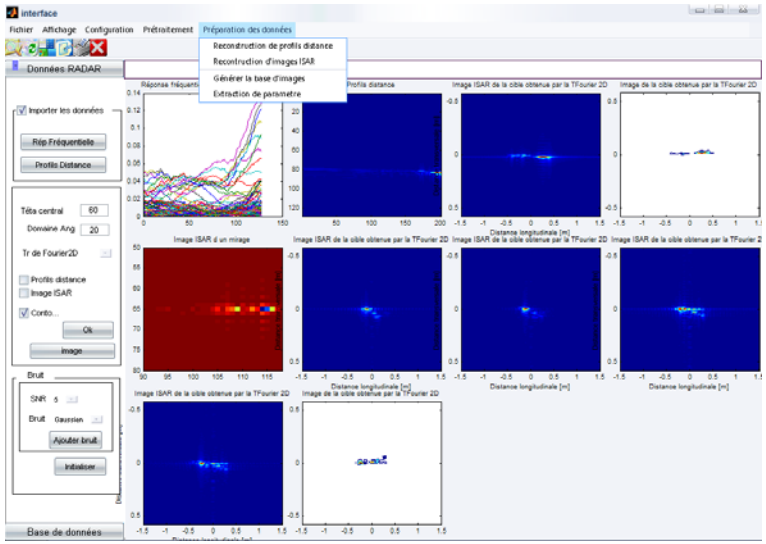
Perspectives : Recalage cartographique

Projets GESMA et ASEMAR

> Thème Systèmes pour l'aide à la décision (4/4)

- **Méthodes et outils de l'ingénierie système**

Pour l'aide à la capitalisation de données



- Système de représentation

À partir de base de données indexée, pour l'expérimentation

- Intégration de la connaissance dans les systèmes

Prise en compte de la qualité des données d'expérimentation (approche d'inférence de règles floues)

Thèse : Toumi, Saidi
Publications : Toumi et al. 2006 : Conférence EGC
Expérimentation : Chambre anéchoïque ENSIETA
Poursuite : Thèse Saidi
Collaboration : Université M5

> Plan : la gestion du conflit

1. Théorie des fonctions de croyance

2. La combinaison des fonctions de croyance et le conflit

3. La gestion du conflit

La théorie des fonctions de croyance

- **Espace de discernement :** $\theta=\{C_1, C_2, \ldots, C_n\}$ où C_i est une classe

- L'expert peut s'exprimer sur $2^\theta=\{\emptyset, \{C_1\}, \{C_2\}, \ldots, \{C_n\}, \{C_1,C_2\}, \ldots, \theta\}$, θ représente l'ignorance et $\emptyset$ l'ouverture au monde hors θ

- Extension de la DSmT : l'expert peut s'exprimer sur D^θ

- Les experts s'expriment à partir des **fonctions de masse** définies sur 2^θ à valeurs dans [0,1] pour une source S_j :

$$\sum_{A\in 2^\Theta} m_j(A) = 1$$

$m_j(A)$ caractérise un degré de croyance en A

La théorie des fonctions de croyance

Fonctions de masse : en pratique

- Fonctions à support simple : Toute la masse de la source S_j porte sur un sous-ensemble non vide A de 2^θ et sur l'ensemble de discernement θ (connaissance incertaine et imprécise)

  $m_j(A)= 1-w$

  $m_j(\theta)= w,\ w\in[0,1]$

  $m_j(B)=0$ pour tout $B\neq A,\ B\neq \theta$

  notée A_j^w

Si $w=1$, alors $m_j(\theta)=1$ ceci représente l'ignorance totale

Toute fonction de masse non dogmatique ($m_j(\theta)>0$) et si les A_j sont distincts admet une décomposition canonique en fonctions à support simple

- Modèle probabiliste d'A. Appriou
- Modèle distance de T. Denœux

La théorie des fonctions de croyance

- Autres fonctions de croyance :
  - **La crédibilité** *bel* regroupe les masses inclues
  - **La plausibilité** *pl* regroupe les masses intersectées

  Intervalle de confiance

$$[bel(A), pl(A)]$$

La théorie des fonctions de croyance

Décisions sur θ et pas sur 2^θ

- **Pessimiste :** $\max_{A \in \Theta} bel(A)$
- **Optimiste :** $\max_{A \in \Theta} pl(A)$
- **Compromis :** $\max_{A \in \Theta} betP(A)$

Où la probabilité pignisitic (Smets90) est donnée pour $X \in 2^\Theta$, avec $X \neq \emptyset$

$$betP(X) = \sum_{Y \in 2^\Theta, Y \neq \emptyset} \frac{|X \cap Y|}{|Y|} \frac{m(Y)}{1 - m(\emptyset)}.$$

Plan : la gestion du conflit

1. La fusion d'informations et les fonctions de croyance

2. La combinaison des fonctions de croyance et le conflit

3. La gestion du conflit

La combinaison des fonctions de croyance

Afin de conserver un maximum d'informations, il est préférable de rester à un niveau crédal (*i.e.* de manipuler des fonctions de croyance) pendant l'étape de combinaison des informations pour prendre la décision sur les fonctions de croyance issues de la combinaison

Combinaison conjonctive

- **La combinaison de 2 experts est donnée par :**

$$m(A) = \sum_{B_1 \cap B_2 = A} m_1(B_1) m_2(B_2)$$

- **Exemple**

	$\emptyset$	A	B	C	Θ
m_1	0	0.5	0.1	0	0.4
m_2	0	0.2	0	0.5	0.3
m	0.32	0.33	0.03	0.2	0.12

- **Problème : masse non nulle sur l'ensemble vide**
  - **en monde ouvert : représente une solution non prévue**
  - **en monde fermé : pas acceptable**

> Combinaison conjonctive normalisée

$$m(A) = \frac{\sum_{B_1 \cap B_2 \cap \ldots \cap B_m = A} \prod_{j=1}^{m} m_j(B_j)}{1-k} \quad \text{si } A \neq \emptyset$$

et $m(\emptyset)=0$

avec $$k = \sum_{B_1 \cap B_2 \cap \ldots \cap B_m = \emptyset} \prod_{j=1}^{m} m_j(B_j) < 1$$

k **est une mesure de conflit entre les sources (dépend de la modélisation)**

(ou encore *inconsistance de la fusion*)

> Le conflit

Origines du conflit

- **Les sources ne sont pas fiables. L'information est erronée et peut conduire à une ambiguïté**
- **Le cadre de discernement est non exhaustif. Hypothèse d'un monde fermé fausse**
- **Les sources observent des phénomènes différents. Dans ce cas il ne faut pas les combiner**

Problème : la normalisation masque le conflit (Exemple de Zadeh)

> Exemple de Zadeh

	$\emptyset$	A	B	C	$\ominus$
m_1	0	0.9	0	0.1	0
m_2	0	0	0.9	0.1	0
m_{12} normalisée	0	0	0	1	0
m_{12} non normalisée	0.99	0	0	0.01	0

Toute la masse est sur *C* seul élément où les 2 sources sont d'accord

Problèmes :

- **Conjonctive normalisée :** La normalisation masque le conflit
  Intéressant si monde fermé sans conflit
- **Conjonctive non-normalisée :** la normalisation de la probabilité pignistique masque le conflit

> Propriété de la combinaison conjonctive

La loi ⊕ n'est pas idempotente

	$\emptyset$	A	B	C	$\ominus$
m_1	0	0.7	0.2	0.1	0
m_2	0	0.7	0.2	0.1	0
m_{12} normalisée	0	0.91	0.07	0.02	0
m_{12} non normalisée	0.46	0.49	0.04	0.01	0

Le conflit de deux sources identiques est non nul !

Auto-conflit d'ordre *n* (Martin et Osswald, 2006) : $a_n(j) = \bigoplus_{k=1}^{n} m_j(\emptyset)$

or $a_n(j) \leq a_{n+1}(j)$

plus le nombre d'experts est important plus le conflit peut être proche de 1

ENSIETA
ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE D'INGÉNIEURS

Martin *et al.* 2008

> Conflit et fiabilité

Conflit issu de sources non-fiables : estimation de la fiabilité

Idée : une source est non-fiable si elle est en conflit avec les autres sources

Estimation du conflit : distance d'une source m_j à toutes les autres

Estimation de la fiabilité : comme une fonction décroissante du conflit

Intégration du conflit-fiabilité par affaiblissement

$$\begin{cases} m_i^{\alpha}(X) = \alpha_i m_i(X), \forall X \in 2^{\Theta} \setminus \{\Theta\} \\ m_i^{\alpha}(\Theta) = 1 - \alpha_i(1 - m_i(\Theta)). \end{cases}$$

> Plan : la gestion du conflit

1. La fusion d'informations et les fonctions de croyance

2. La combinaison des fonctions de croyance et le conflit

3. La gestion du conflit

> Supprimer la non-idempotence

La combinaison conjonctive sur des fonctions à support simple A^{w1} et A^{w2} est $A^{w1.w2}$

Toute fonction de masse non dogmatique peut s'écrire de manière unique comme la combinaison conjonctive de fonctions à support simple généralisées $w \in]0, +\infty[$

La règle conjonctive prudente sur les fonctions à support simple A^{w1} et A^{w2} est donnée par $A^{\min(w1,w2)}$
et se généralise sur les fonctions de masse non-dogmatiques

Remarque : absence d'élément neutre
intéressante si peu de conflit

> Supprimer le conflit

$$\forall X \in 2^{\Theta}$$

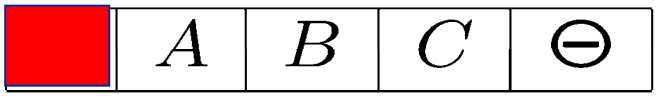
$$m_{\text{Dis}}(X) = \sum_{A \cup B = X} m_1(A) m_2(B).$$

- **Élargit les éléments focaux donc perte de spécificité : En pratique très problématique**

- **Intéressant si on ne sait pas modéliser les fiabilités des sources, leurs ambiguïtés et imprécisions**

> Hypothèse du monde fermé : fausse

TBF (*Transferable Belief Functions*) en monde ouvert



$$m(A) = \sum_{B_1 \cap B_2 \cap \ldots \cap B_m = A \neq \emptyset} \prod_{j=1}^{m} m_j(B_j)$$

$$m(\emptyset) = \sum_{B_1 \cap B_2 \cap \ldots \cap B_m = \emptyset} \prod_{j=1}^{m} m_j(B_j)$$

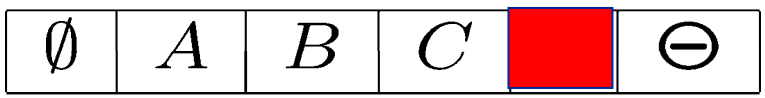
***k* est affecté à l'ensemble vide**

Décision pignistique : Retour en monde fermé par normalisation du conflit

> Hypothèse du monde fermé : fausse

La technique du *hedging* consiste à ajouter un élément inconnu *e* au cadre de discernement pour rester en monde fermé

***i.e.* que l'on suppose que le conflit vient du manque d'exhaustivité**



$$m(A \cup e) = \sum_{B_1 \cap B_2 \cap \ldots \cap B_m = A \neq \emptyset} \prod_{j=1}^{m} m_j(B_j)$$

$$m(e) = \sum_{B_1 \cap B_2 \cap \ldots \cap B_m = \emptyset} \prod_{j=1}^{m} m_j(B_j)$$

> Répartir le conflit

Le conflit total : *k*

Yager 1987, Inagaki 1991, Lefèvre 2002, Florea 2006

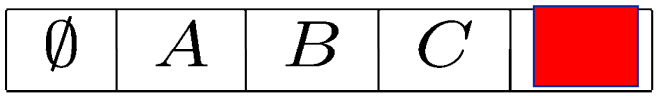
Le conflit partiel

Dubois et Prade 1988, Smarandache et Dezert 2005,

Martin et Osswald 2006 et 2007

> Conflit est issu de l'ignorance

Yager propose un modèle en monde fermé où la mesure de conflit est affectée au cadre de discernement total θ



$$m(A) = \sum_{B_1 \cap B_2 \cap \ldots \cap B_m = A \neq \emptyset} \prod_{j=1}^{m} m_j(B_j)$$

Calcul de *m*(θ) :

$$m(\Theta) = 1 - \sum_{A \subseteq D} \sum_{B_1 \cap B_2 \cap \ldots \cap B_m = A \neq \emptyset} \prod_{j=1}^{m} m_j(B_j)$$

puis la modifie

$$m(\Theta) = m(\Theta) + \sum_{B_1 \cap B_2 \cap \ldots \cap B_m = \emptyset} \prod_{j=1}^{m} m_j(B_j)$$

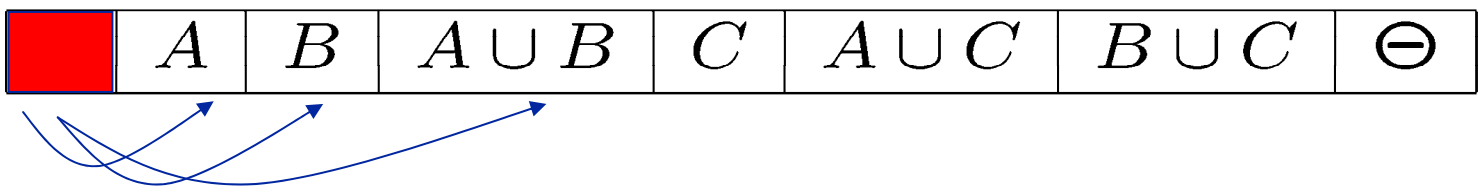
Inagaki 1991, Lefèvre 2002

> Répartition du conflit total de manière générale

Une fois le conflit calculé $m_{\text{conj}}(\emptyset)$ il est réparti selon une fonction de poids

$$\forall X \in 2^{\Theta} \qquad m_c(X) = m_{\text{conj}}(X) + w(X) m_{\text{conj}}(\emptyset)$$

$$\sum_{X \in 2^{\Theta}} w(X) = 1$$



> Répartition du conflit total de manière générale : règle mixte

On pose $k = m_{\mathsf{Conj}}(\emptyset)$

$$\forall X \in 2^{\Theta} \qquad m_{\mathsf{Flo}}(X) = \beta_1(k) m_{\mathsf{Dis}}(X) + \beta_2(k) m_{\mathsf{Conj}}(X)$$

Les poids peuvent être choisi de façon a avoir une symétrie pour *k*=1/2

$$\beta_1(k) = \frac{k}{1-k+k^2},$$
$$\beta_2(k) = 1 - \beta_1(k) = 1 - \frac{k}{1-k+k^2}.$$

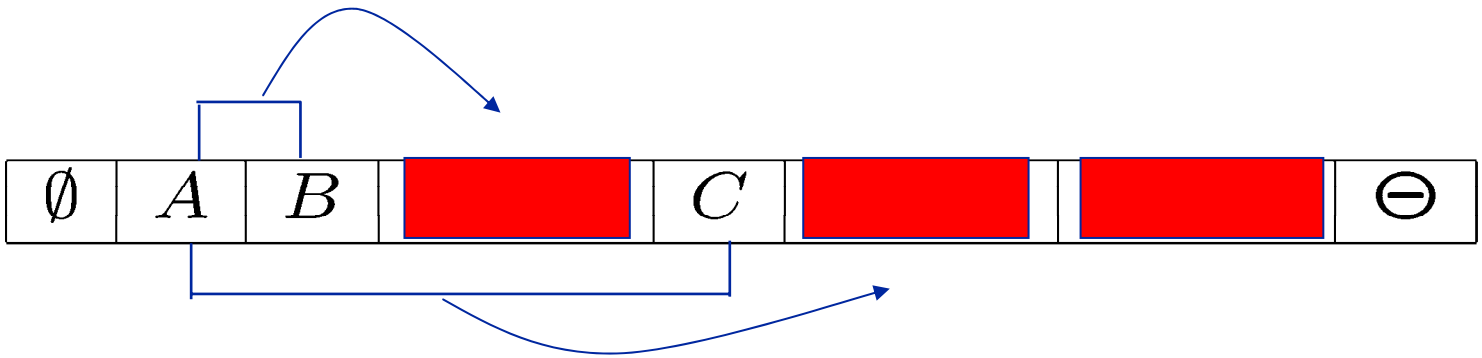
Dubois et Prade 1988

> Conflit partiel sur ignorance partielle

Compromis des approches conjonctives et disjonctives

$$m_{\mathrm{DP}}(X) = \sum_{A \cap B = X} m_1(A) m_2(B) + \sum_{\substack{A \cup B = X \\ A \cap B = \emptyset}} m_1(A) m_2(B).$$

Répartition fine du conflit

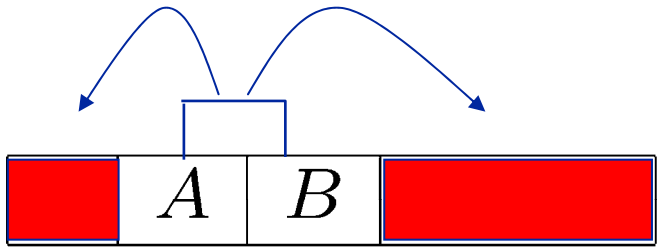


Martin et Osswald 2007

> Répartition du conflit partiel de manière générale : règle mixte

Extension de la règle de Florea et/ou Dubois et Prade à partir de poids sur le conflit partiel

$$m_{\text{Mix}}(X) = \sum_{A \cup B = X} \delta_1 m_1(A) m_2(B) + \sum_{A \cap B = X} \delta_2 m_1(A) m_2(B).$$



On retrouve la règle de Dubois et Prade avec

$$\delta_1(A,B) = 1 - \delta_2(A,B) = \mathbb{1}_{A \cap B = \emptyset}$$

Prise en compte de la spécificité des réponses

$$\delta_1(A,B) = 1 - \frac{|A \cap B|}{\min(|A|,|B|)},$$

Smarandache et Dezert 2005

> Conflit partiel réparti proportionnellement

PCR5 : Redistribution du conflit partiel proportionnellement sur les éléments qui l'engendrent

on ajoute à la combinaison conjonctive :

***$m_1^2(A)m_2(B)/(m_1(A)+m_2(B))$* à *$m(A)$* et**

$m_1(A)m_2^2(B)/(m_1(A)+m_2(B))$* à *$m(B)$

	$\emptyset$	A	B	Θ
m_1	0	0.6	0	0.4
m_2	0	0.3	0.2	0.5
m_c	0.12	0.6	0.08	0.2
m_{PCR5}	0	0.69	0.11	0.2

$$m_{\mathrm{PCR5}}(X) = m_{\mathrm{conj}}(X) + \sum_{i=1}^{M} m_i(X) \sum_{\substack{(Y_{\sigma_i(1)},\ldots,Y_{\sigma_i(M-1)})\in(D^\Theta)^{M-1} \\ \bigcap_{k=1}^{M-1} Y_{\sigma_i(k)}\cap X\equiv\emptyset \\ Z\in\{X,Y_{\sigma_i(1)},\ldots,Y_{\sigma_i(M-1)}\}}} \frac{\left(\prod_{j=1}^{M-1} m_{\sigma_i(j)}(Y_{\sigma_i(j)})\mathbb{1}_{j>i}\right)\prod_{Y_{\sigma_i(j)}=X} m_{\sigma_i(j)}(Y_{\sigma_i(j)})}{\sum \prod_{Y_{\sigma_i(j)}=Z} (m_{\sigma_i(j)}(Y_{\sigma_i(j)}).T(X=Z,m_i(X)))}$$

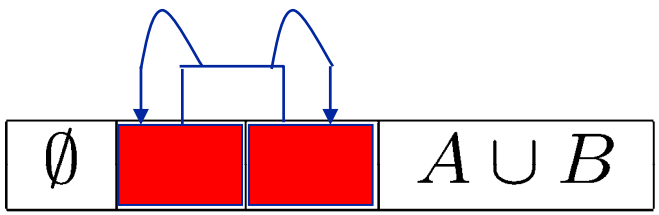
Martin et Osswald 2006

> Conflit partiel réparti proportionnellement

PCR6 : Redistribution du conflit partiel proportionnellement sur les éléments qui l'engendrent, généralise la PCR5 à plusieurs experts

	$A \cup B$	$B \cup C$	$A \cup C$	Θ
Expert 1	0.7	0	0	0.3
Expert 2	0	0	0.6	0.4
Expert 3	0	0.5	0	0.5

$$m_{PRC6}(X) = m_{conj}(X) + \sum_{i=1}^{M} m_i(X)^2 \sum_{\substack{\bigcap_{k=1}^{M-1} Y_{\sigma_i(k)} \cap X \equiv \emptyset \\ (Y_{\sigma_i(1)},\ldots,Y_{\sigma_i(M-1)}) \in (D^\Theta)^{M-1}}} \left(\frac{\prod_{j=1}^{M-1} m_{\sigma_i(j)}(Y_{\sigma_i(j)})}{m_i(X) + \sum_{j=1}^{M-1} m_{\sigma_i(j)}(Y_{\sigma_i(j)})} \right)$$



$$\begin{cases} \sigma_i(j) = j & \text{if } j < i, \\ \sigma_i(j) = j+1 & \text{if } j \geq i, \end{cases}$$

Martin et Osswald 2006

> Intérêt de la PCR6 face à la PCR5

La PCR5 redistribue proportionnellement le conflit sur les singletons qui engendrent le conflit. Par exemple : si on a $m_1(A)m_3(B)m_2(A \cup B)$ **le conflit est redistribué sur *A* et *B* proportionnellement à $m_1(A)$ et $m_3(B)$**

Exemple surprenant où le conflit est total :

	A	B	C	D	E	F	G
Expert 1	0.0	0.57	0.43	0.0	0.0	0.0	0.0
Expert 2	0.58	0.0	0.0	0.42	0.0	0.0	0.0
Expert 3	0.58	0.0	0.0	0.0	0.42	0.0	0.0
Expert 4	0.58	0.0	0.0	0.0	0.0	0.42	0.0
Expert 5	0.58	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.42

Résultat de la fusion est une probabilité

	A	B	C	D	E	F	G
PCR5	0.1915	0.2376	0.1542	0.1042	0.1042	0.1042	0.1042
PCR6	0.5138	0.1244	0.0748	0.0718	0.0718	0.0718	0.0718

Pour chaque sous ensemble de 2, 3 ou 4 experts : décision PCR5 et 6 : *A*

Martin et Osswald 2006

> Extension de la PCR6 : PCR6f

$$m_{\mathrm{PCR6f}}(X) = m_{\mathrm{conj}}(X) + \sum_{i=1}^{M} m_i(X) f(m_i(X)) \sum_{\substack{\bigcap_{k=1}^{M-1} Y_{\sigma_i(k)} \cap X \equiv \emptyset \\ (Y_{\sigma_i(1)},\ldots,Y_{\sigma_i(M-1)}) \in (D^{\Theta})^{M-1}}} \left(\frac{\prod_{j=1}^{M-1} m_{\sigma_i(j)}(Y_{\sigma_i(j)})}{f(m_i(X)) + \sum_{j=1}^{M-1} f(m_{\sigma_i(j)}(Y_{\sigma_i(j)}))} \right)$$

f **est une fonction croissante de [0,1] dans** $\mathbb{R}^+$

> Extension de la PCR6 : PCR6g

$$m_{\mathrm{PCR6g}}(X) = m_{\mathrm{conj}}(X) + \sum_{i=1}^{M} \sum_{\substack{\bigcap_{k=1}^{M-1} Y_{\sigma_i(k)} \cap X \equiv \emptyset \\ (Y_{\sigma_i(1)},\ldots,Y_{\sigma_i(M-1)}) \in (D^{\Theta})^{M-1}}}$$

$$m_i(X) \frac{\left(\prod_{j=1}^{M-1} m_{\sigma_i(j)}(Y_{\sigma_i(j)})\right)\left(\prod_{Y_{\sigma_i(j)}=X} \mathbb{1}_{j>i}\right) g\left(m_i(X) + \sum_{Y_{\sigma_i(j)}=X} m_{\sigma_i(j)}(Y_{\sigma_i(j)})\right)}{\sum_{Z \in \{X, Y_{\sigma_i(1)},\ldots,Y_{\sigma_i(M-1)}\}} g\left(\sum_{Y_{\sigma_i(j)}=Z} m_{\sigma_i(j)}(Y_{\sigma_i(j)}) + m_i(X)\mathbb{1}_{X=Z}\right)},$$

g **est une fonction croissante de [0,1] dans** $\mathbb{R}^+$

Martin et Osswald 2006

Comparaison de règles

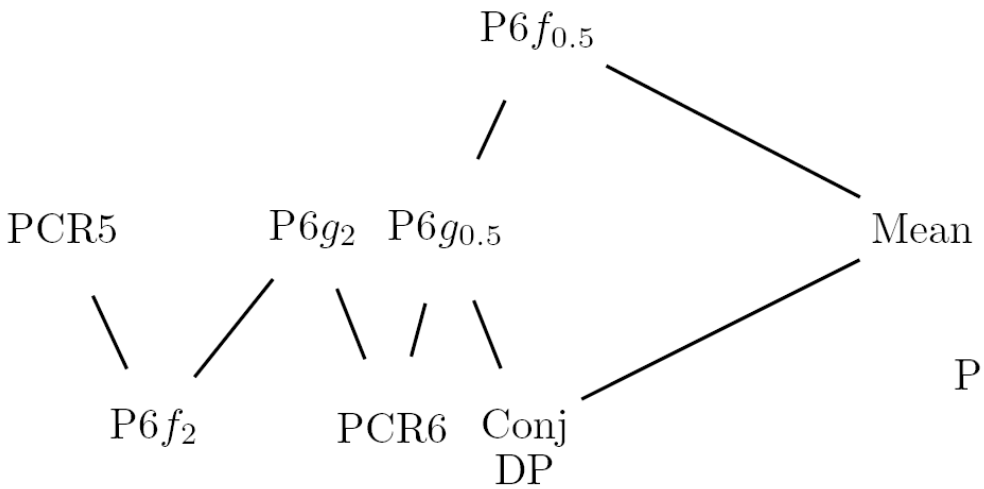
Fonctions de masse aléatoire

nombre de classes	2	3	4	5	6	7
changement de décision : cas 3 experts						
PCR/Conj	0.61%	5.51%	9.13%	12.11%	14.55%	16.7%
PCR/DP	0.61%	2.25%	3.42%	4.35%	5.05%	5.7%
DP/Conj	0.00%	3.56%	6.19%	8.39%	10.26%	11.9%
changement de décision : cas 3 experts						
PCR6/Conj	1.04%	8.34%	13.90%	18.38%	21.98%	25.1%
PCR6/DP	1.04%	5.11%	7.54%	9.23%	10.42%	11.3%
DP/Conj	0.00%	4.48%	8.88%	12.88%	16.18%	19.0%

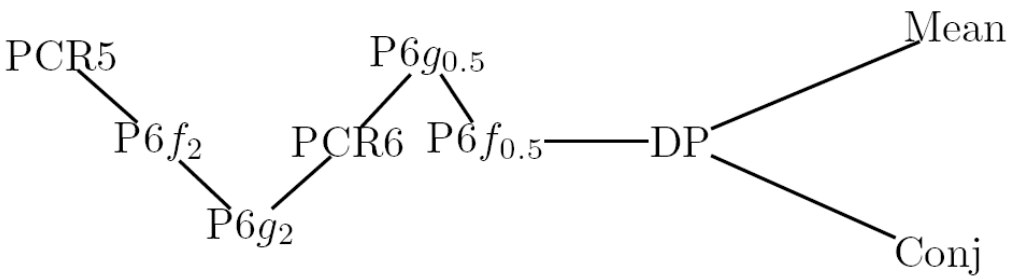
Osswald et Martin 2006

> Comparaison de règles

Fonctions de masse aléatoire



2 classes, 3 experts



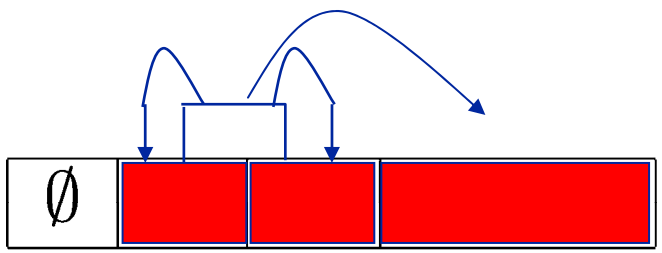
3 classes, 4 experts

Martin et Osswald 2007

PCR affaiblie : DPCR

Les conflits partiels sont répartis sur les éléments qui les engendrent proportionnellement et sur les ignorances partielles selon un facteur d'affaiblissement $\alpha \in [0, 1]$

$$m_{\mathrm{DPCR}}(X) = m_{\mathrm{Conj}}(X) + \sum_{\substack{Y \in 2^{\Theta}, \\ X \cap Y = \emptyset}} \alpha \left(\frac{m_1(X)^2 m_2(Y)}{m_1(X) + m_2(Y)} + \frac{m_2(X)^2 m_1(Y)}{m_2(X) + m_1(Y)} \right) + \sum_{\substack{Y_1 \cup Y_2 = X \\ Y_1 \cap Y_2 = \emptyset}} (1 - \alpha) m_1(Y_1) m_2(Y_2),$$



Martin et Osswald 2007

PCR affaiblie : choix du facteur

- **A partir d'une fonction de conflit**

$$f_i(Y_1, ..., Y_M) = \frac{\sum_{j=1}^{M} \mathbb{1}_{\{Y_j \cap Y_i = \emptyset\}}}{M(M-1)}$$

$$\alpha(Y_1, ..., Y_M) = 1 - \sum_{i=1}^{M} f_i(Y_1, ..., Y_M)$$

Exemple

	A	B	$A \cup C$	Θ
Expert 1		0	0	0.3
Expert 2	0		0	0.5
Expert 3	0	0		0.4

il n'y a pas de conflit entre

A **et** $A \cup C$

mais le facteur est identique

Martin et Osswald 2007

> PCR affaiblie : choix du facteur

- **A partir d'une fonction de non conflit à valeur dans** $\left[0, \frac{1}{M}\right]$

$$\begin{aligned} \alpha_i(Y_1, ..., Y_M) &= \frac{1}{M} - f_i(Y_1, ..., Y_M) \\ &= \frac{\sum_{j=1, j\neq i}^{M} \mathbb{1}_{\{Y_j \cap Y_i \neq \emptyset\}}}{M(M-1)}. \end{aligned}$$

Martin et Osswald 2007

PCR affaiblie : choix du facteur

- **A partir d'une fonction de non conflit** $\alpha_i(X, Y_{\sigma_i(1)}, \ldots, Y_{\sigma_i(M-1)})$

$$m_{\mathrm{DPCR}}(X) = m_{\mathrm{Conj}}(X) + \sum_{i=1}^{M} m_i(X)^2$$

$$\sum_{\substack{\bigcap_{k=1}^{M-1} Y_{\sigma_i(k)} \cap X = \emptyset \\ (Y_{\sigma_i(1)}, \ldots, Y_{\sigma_i(M-1)}) \in (2^{\Theta})^{M-1}}} \alpha_i \left(\frac{\prod_{j=1}^{M-1} m_{\sigma_i(j)}(Y_{\sigma_i(j)})}{m_i(X) + \sum_{j=1}^{M-1} m_{\sigma_i(j)}(Y_{\sigma_i(j)})} \right)$$

$$+ \sum_{\substack{Y_1 \cup \ldots \cup Y_M = X \\ Y_1 \cap \ldots \cap Y_M = \emptyset}} (1 - \sum_{i=1}^{M} \alpha_i) \prod_{j=1}^{M} m_j(Y_j),$$

Martin et Osswald 2007

PCR affaiblie : choix du facteur

Avec λ donné pour $\alpha_i \neq 0$

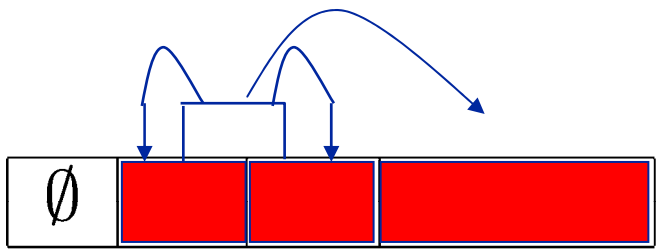
$$\lambda = \frac{\sum_{i=1}^{M} \alpha_i}{< \alpha, \gamma >}$$

$$\gamma_i = \frac{m_i(X)}{m_i(X) + \sum_{j=1}^{M-1} m_{\sigma_i(j)}(Y_{\sigma_i(j)})}$$

Martin et Osswald 2007

PCR mixte et affaiblie : MDPCR

$$
\begin{aligned}
m_{\mathrm{MDPCR}}(X) = & \sum_{\substack{Y_1 \cup Y_2 = X, \\ Y_1 \cap Y_2 \neq \emptyset}} \delta m_1(Y_1) m_2(Y_2) \\
& + \sum_{\substack{Y_1 \cap Y_2 = X, \\ Y_1 \cap Y_2 \neq \emptyset}} (1-\delta) m_1(Y_1) m_2(Y_2) \\
& + \sum_{\substack{Y \in 2^{\Theta}, \\ X \cap Y = \emptyset}} \alpha \left(\frac{m_1(X)^2 m_2(Y)}{m_1(X) + m_2(Y)} + \frac{m_2(X)^2 m_1(Y)}{m_2(X) + m_1(Y)} \right), \\
& + \sum_{\substack{Y_1 \cup Y_2 = X \\ Y_1 \cap Y_2 = \emptyset}} (1-\alpha) m_1(Y_1) m_2(Y_2).
\end{aligned}
$$



Martin et Osswald 2007

> Vers une règle encore plus générale …

- **Conflit partiel considéré seulement quand au moins 2 experts sont en conflit**
- **Imprécision des réponses prise en compte seulement quand il n'y a pas de conflit**

***M* experts non en conflit**

$$\varepsilon_k(Y_1,...,Y_M) = \{\{Y_{i_1},...,Y_{i_k}\}, i_j \in I : I \subset \{1,...,M\}, |I| = k, \cap_{j=1}^{k} Y_{i_j} \neq \emptyset\},$$

$$\overline{k} = argmax_k\{\varepsilon_k \neq \emptyset\} \quad \forall Z = \{Y_{i_1},...,Y_{i_k}\} \in \varepsilon_{\overline{k}}$$

$$\delta(Z) = 1 - \frac{|\cap_{j=1}^{\overline{k}} Y_{i_j}|}{\min_{j\in\{1,...,\overline{k}\}} |Y_{i_j}|}$$

Martin et Osswald 2007

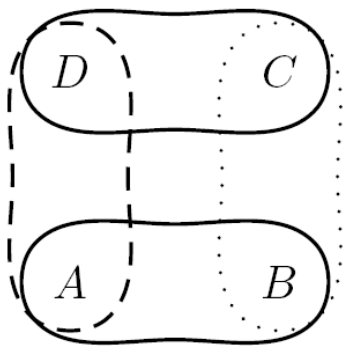
> Vers une règle encore plus générale …

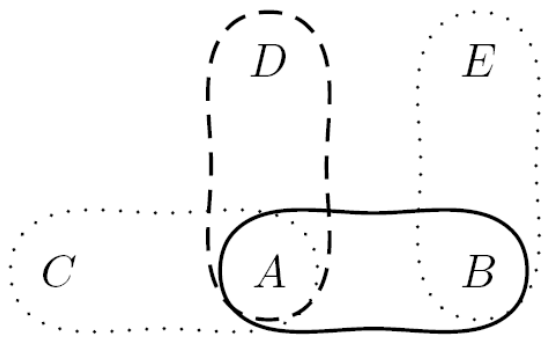
- **Règle mixte étendue**

$$m_{\mathrm{EMix}}(X) = \sum_{Y_1 \cup \ldots \cup Y_M = X} \; \sum_{Z \in \varepsilon_{\overline{k}}(Y_1,\ldots,Y_M)} \delta(Z) \prod_{j=1}^{M} m_j(Y_j)$$

$$+ \sum_{\substack{\{Y_{i_1},\ldots,Y_{i_k}\} = Z \in \epsilon_{\overline{k}}(Y_1,\ldots,Y_M) \\ Y_{i_1} \cap \ldots \cap Y_{i_{\overline{k}}} = X,}} \frac{(1-\delta(Z))}{|\varepsilon_{\overline{k}}(Y_1,\ldots,Y_M)|} \prod_{j=1}^{M} m_j(Y_j).$$

$\overline{k} = 2$





$\overline{k} = 3$

$\varepsilon_2 = \{\{A \cup B, B \cup C\}, \{B \cup C, C \cup D\}, \{C \cup D, A \cup D\}, \{A \cup B, A \cup D\}\}$

$\varepsilon_3 = \{\{A \cup B, A \cup C\, A \cup D\}\}$

Conclusions

- **Beaucoup de règles de combinaison, trop ?**

- **Gestion fine du conflit semble essentielle**
- **Même si l'ensemble des experts ne sont pas en conflit**

- **Gestion de la spécificité des réponses des experts**
- **Même si les experts sont en conflit**

> Perspectives et collaborations

- **Réduire la complexité (DSmT et grand cadre de discernement) :**
  - **Approximation de fonctions de masse**
  - **Combinaison**
- **Cadre de discernement continu**

- **Application sur des projets de RDDC**