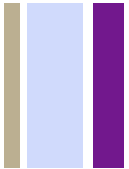


Fonctions de croyance pour le fusion d'experts en imagerie

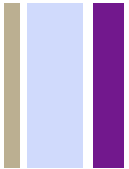
Arnaud MARTIN et Christophe OSSWALD





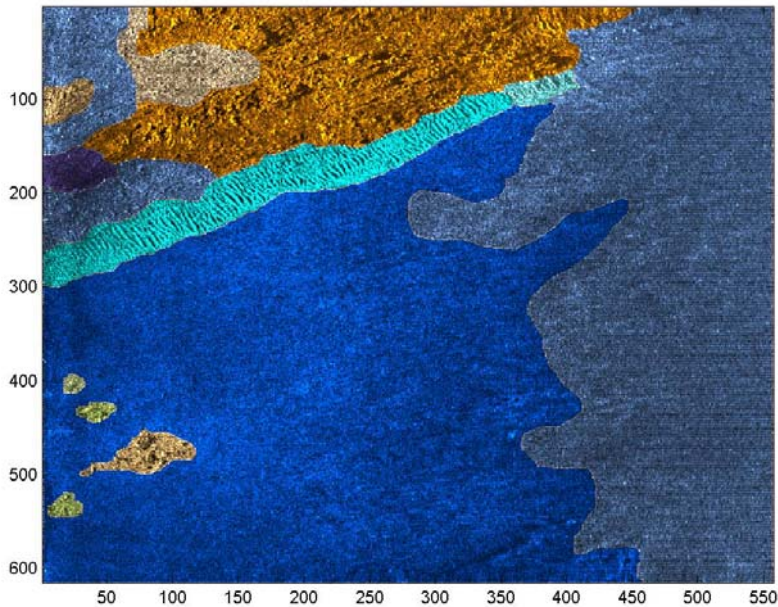
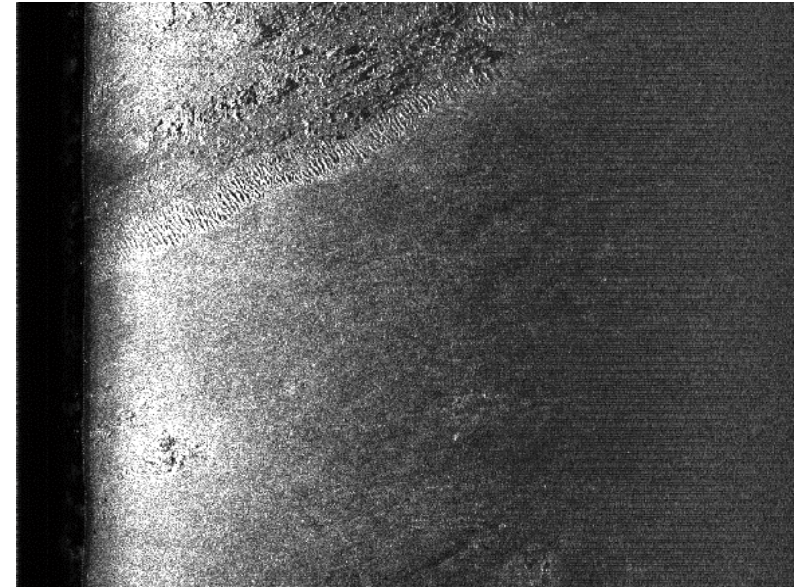
> Image Sonar



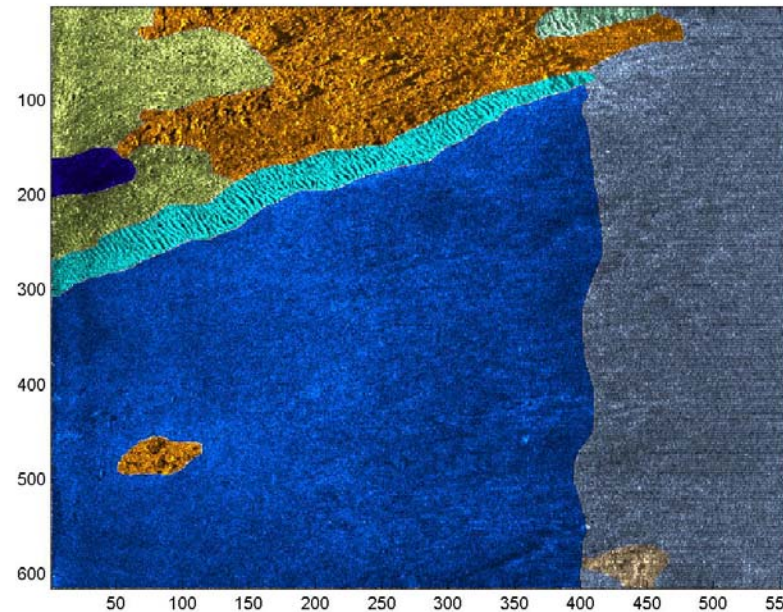


> Problèmes

Besoin d'une réalité terrain
(apprentissage, évaluation)



Expert 1

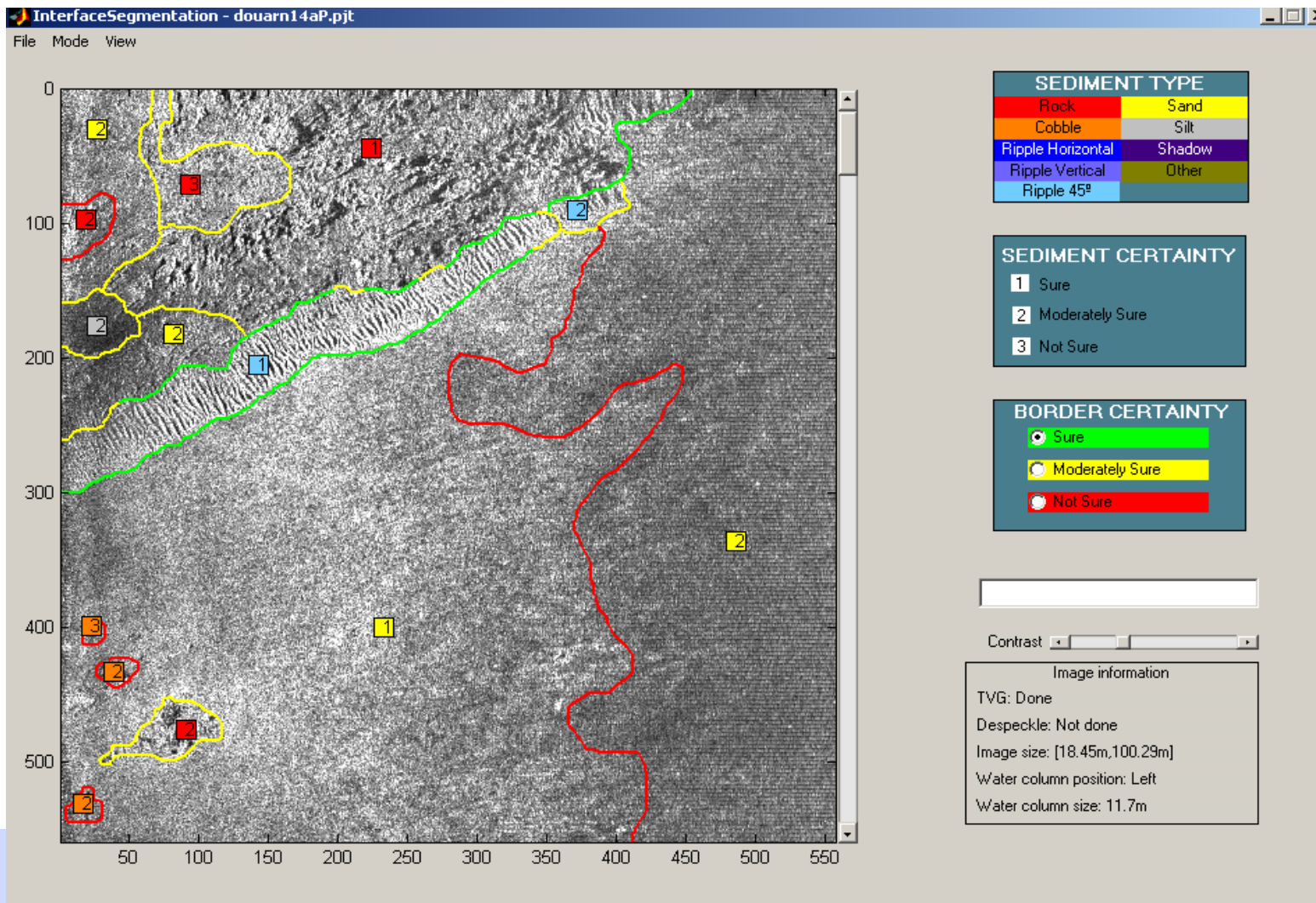


Expert 2

**Incertitudes
Imprécisions**



> Problèmes



7 classes :

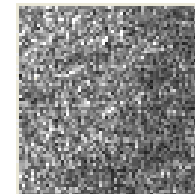
Roche, sable,
vase, ride,
cailloutis,
ombre, autre

Certitude :

sûr,
moyennement
sûr, pas sûr

> Problèmes

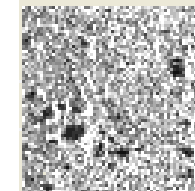
L'image texturée est souvent découpée en imagerie (16*16 ou 64*64 pixels)



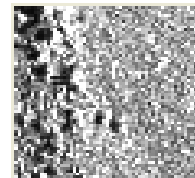
Sable



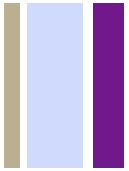
Roche



Roche OU Sable



Roche ET Sable



Problèmes

Comment fusionner les experts au niveau des imagerie pour obtenir une « réalité » par exemple pour l'apprentissage ou l'évaluation d'un classifieur ?



> Théorie des fonctions de croyance

- **Contexte** : plusieurs experts donnant une information sur le sédiment perçu
- **Problèmes** : les experts sont imparfaits et peuvent se contredire.
- **Espace de discernement** : $\theta = \{C_1, C_2, \dots, C_n\}$ où C_i représente un sédiment
- L'expert peut s'exprimer sur $2^\theta = \{\emptyset, \{C_1\}, \{C_2\}, \dots, \{C_n\}, \{C_1, C_2\}, \dots, \theta\}$, θ représente l'ignorance et \emptyset l'ouverture au monde hors θ



> Modèles de fonctions de masse

Exemple illustratif

- Cas deux classes : Roche et Sable $\theta=\{A,B\}$
- Cas deux experts
 1. dit Roche (A) sur toute l'imagette avec une certitude de $c_A=0.6$
 2. dit Roche (A) sur la moitié de l'imagette avec une certitude de $c_A=0.6$ et Sable (B) sur l'autre moitié avec une certitude de $c_B=0.4$



> **Modèle 0**

si l'expert dit A :

$$\begin{cases} m(A) = c_A, \\ m(A \cup B) = 1 - c_A, \end{cases}$$

si l'expert dit B :

$$\begin{cases} m(B) = c_B, \\ m(A \cup B) = 1 - c_B. \end{cases}$$

Certitude bien prise en compte, mais pas le cas où
l'imagerie peut contenir 2 sédiments

> **Modèle 1**

$\theta = \{A, B, C\}$ où C représente le cas d'une imagerie avec 2 sédiments

si l'expert dit A :

$$\begin{cases} m(A) = c_A, \\ m(A \cup B \cup C) = 1 - c_A, \end{cases}$$

si l'expert dit B :

$$\begin{cases} m(B) = c_B, \\ m(A \cup B \cup C) = 1 - c_B, \end{cases}$$

si l'expert dit C :

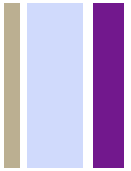
$$\begin{cases} m(C) = p_A \cdot c_A + p_B \cdot c_B, \\ m(A \cup B \cup C) = 1 - (p_A \cdot c_A + p_B \cdot c_B). \end{cases}$$

où p_A et p_B : proportion
des sédiments A et B
dans l'imagerie

> **Modèle 1**

<i>element</i>	m_1	m_2	m_{12}	<i>bel</i>	<i>pl</i>	<i>betP</i>
\emptyset	0	0	0.3	0	0	—
<i>A</i>	0.6	0	0.3	0.3	0.5	0.5238
<i>B</i>	0	0	0	0	0.2	0.0952
$A \cup B$	0	0	0	0.3	0.5	0.6190
<i>C</i>	0	0.5	0.2	0.2	0.4	0.3810
$A \cup C$	0	0	0	0.5	0.7	0.9048
$B \cup C$	0	0	0	0.2	0.4	0.4762
$A \cup B \cup C$	0.4	0.5	0.2	0.7	0.7	1

C représente le cas où *A* et *B* sont sur l'imagerie, l'ignorance est caractérisée par $A \cup B \cup C$ et non plus par $A \cup B$



> **Modèle 2**

si l'expert dit A :

$$\begin{cases} m(A) = c_A, \\ m(A \cup B) = 1 - c_A, \end{cases}$$

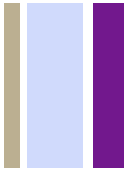
si l'expert dit B :

$$\begin{cases} m(B) = c_B, \\ m(A \cup B) = 1 - c_B, \end{cases}$$

si l'expert dit C :

$$\begin{cases} m(C) = p_A \cdot c_A + p_B \cdot c_B, \\ m(A \cup B) = 1 - (p_A \cdot c_A + p_B \cdot c_B). \end{cases}$$





> **Modèle 2**

<i>element</i>	m_1	m_2	m_{12}	<i>bel</i>	<i>pl</i>	<i>betP</i>
\emptyset	0	0	0.5	0	0	—
<i>A</i>	0.6	0	0.3	0.3	0.3	0.6
<i>B</i>	0	0	0.2	0.2	0.2	0.4
<i>A</i> ∪ <i>B</i>	0.4	0.5	0	0.5	0.5	1
<i>C</i>	0	0.5	0	0	0	0
<i>A</i> ∪ <i>C</i>	0	0	0	0.3	0.3	0.6
<i>B</i> ∪ <i>C</i>	0	0	0	0.2	0.2	0.4
<i>A</i> ∪ <i>B</i> ∪ <i>C</i>	0	0	0	0.5	0.5	1

$m_{12}(C)=0$: on ne peut plus décider *C* !

Hypothèse de l'exclusivité de classes : fausse



> **Modèle 3 : rendre les classes exclusives**

$$\Theta = \{A \cap B^c, B \cap A^c, A \cap B\} = \{A', B', C'\}$$

si l'expert dit A :

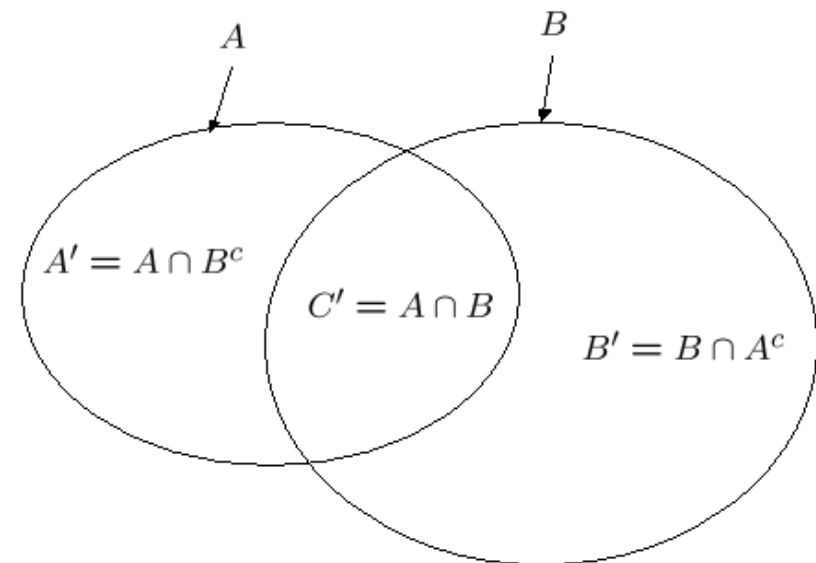
$$\begin{cases} m(A' \cup C') = c_A, \\ m(A' \cup B' \cup C') = 1 - c_A, \end{cases}$$

si l'expert dit B :

$$\begin{cases} m(B' \cup C') = c_B, \\ m(A' \cup B' \cup C') = 1 - c_B, \end{cases}$$

si l'expert dit C :

$$\begin{cases} m(C') = p_A \cdot c_A + p_B \cdot c_B, \\ m(A' \cup B' \cup C') = 1 - (p_A \cdot c_A + p_B \cdot c_B). \end{cases}$$



Et on a :

$$A' \cup B' \cup C' = A \cup B$$

> Modèle 3

<i>element</i>	m_1	m_2	m_{12}	<i>bel</i>	<i>pl</i>	<i>betP</i>
\emptyset	0	0	0	0	0	—
$A' = A \cap B^c$	0	0	0	0	0.5	0.2167
$B' = B \cap A^c$	0	0	0	0	0.2	0.0667
$A' \cup B' = (A \cap B^c) \cup (B \cap A^c)$	0	0	0	0	0.5	0.2833
$C' = A \cap B$	0	0.5	0.5	0.5	1	0.7167
$A' \cup C' = A$	0.6	0	0.3	0.8	1	0.9333
$B' \cup C' = B$	0	0	0	0.5	1	0.7833
$A' \cup B' \cup C' = A \cup B$	0.4	0.5	0.2	1	1	1

> **Modèle 4 : accepter la non-exclusivité**

Un modèle équivalent dans le cadre de la DSmt : D^{\ominus}

si l'expert dit A :

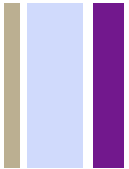
$$\begin{cases} m(A) = c_A, \\ m(A \cup B) = 1 - c_A, \end{cases}$$

si l'expert dit B :

$$\begin{cases} m(B) = c_B, \\ m(A \cup B) = 1 - c_B, \end{cases}$$

si l'expert dit $A \cap B$:

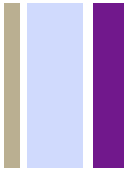
$$\begin{cases} m(A \cap B) = p_A \cdot c_A + p_B \cdot c_B, \\ m(A \cup B) = 1 - (p_A \cdot c_A + p_B \cdot c_B). \end{cases}$$



> **Modèle 4**

<i>element</i>	m_1	m_2	m_{12}	<i>Bel</i>	<i>Pl</i>	<i>GPT</i>
\emptyset	0	0	0	0	0	—
A	0.6	0	0.3	0.8	1	0.9333
B	0	0	0	0.5	0.7	0.7833
$A \cap B$	0	0.5	0.5	0.5	1	0.7167
$A \cup B$	0.4	0.5	0.2	1	1	1





> Problème de la décision

$\forall X \subseteq Y:$

$$\begin{aligned} \text{bel}(X) &\leq \text{bel}(Y), \\ \text{pl}(X) &\leq \text{pl}(Y), \\ \text{bet}P(X) &\leq \text{bet}P(Y), \\ \text{Bel}(X) &\leq \text{Bel}(Y), \\ \text{Pl}(X) &\leq \text{Pl}(Y), \\ \text{GPT}(X) &\leq \text{GPT}(Y). \end{aligned}$$

Pour espérer choisir $A \cap B$ on ne peut que considérer les masses



> **Modèle 5 : autre solution**

$$\begin{cases} m(A) = p_A \cdot c_A, \\ m(B) = p_B \cdot c_B, \\ m(A \cup B) = 1 - (p_A \cdot c_A + p_B \cdot c_B). \end{cases}$$

Modèle valable aussi dans 2^θ car les classes sont exclusives

Certitude et proportion sont prises en compte

> **Modèle 5**

2^θ

<i>element</i>	m_{12}	<i>bel</i>	<i>pl</i>	<i>betP</i>
\emptyset	0.12	0	0	—
<i>A</i>	0.6	0.6	0.8	0.7955
<i>B</i>	0.08	0.08	0.28	0.2045
$A \cup B$	0.2	0.88	0.88	1

D^θ

<i>element</i>	m_{12}	<i>Bel</i>	<i>Pl</i>	<i>GPT</i>
\emptyset	0	0	0	—
<i>A</i>	0.6	0.72	0.92	0.8933
<i>B</i>	0.08	0.2	0.4	0.6333
$A \cap B$	0.12	0.12	1	0.5267
$A \cup B$	0.2	1	1	1

> Répartition du conflit

- **Le conflit** induit $m_1(A)$ et $m_2(B)$ est $m_1(A).m_2(B)$. Ce conflit est mis sur \emptyset et n'est pas pris en compte lors de la décision (reparti équitablement avec la probabilité pignisitique)
- **En redistribuant le conflit** selon Dubois et Prade (sur ignorances partielles)

$$m(X) = \sum_{Y_1 \cap \dots \cap Y_M = X} \prod_{j=1}^M m_j(Y_j) + \sum_{\substack{Y_1 \cup \dots \cup Y_M = X \\ Y_1 \cap \dots \cap Y_M = \emptyset}} \prod_{j=1}^M m_j(Y_j),$$

> Répartition du conflit (PCR5)

- En redistribuant le conflit selon la PCR5 (sur les singletons) on ajoute

$m_1^2(A)m_2(B)/(m_1(A)+m_2(B))$ à $m(A)$ et

$m_1(A)m_2^2(B)/(m_1(A)+m_2(B))$ à $m(B)$

<i>element</i>	m_{PCR5}	<i>bel</i>	<i>pl</i>	<i>betP</i>
\emptyset	0	0	0	—
<i>A</i>	0.8	0.8	1	0.9
<i>B</i>	0	0	0.2	0.1
$A \cup B$	0.2	1	1	1

> Extension de la PCR5

$$m_{PCR5}(X) = m(X) + \frac{\prod_{j=1}^{M-1} m_{\sigma_i(j)}(Y_{\sigma_i(j)})}{\sum_{(Y_1, \dots, Y_{M-1}) \in (D^\Theta)^{M-1} \setminus \{X^{M-1}\}} m_i(X) + \sum_{j=1}^{M-1} m_{\sigma_i(j)}(Y_{\sigma_i(j)})},$$

avec :

$$\begin{cases} \sigma_i(j) = j, & \text{if } j < i, \\ \sigma_i(j) = j + 1, & \text{if } j \geq i, \end{cases}$$

$$m_i(X) + \sum_{j=1}^{M-1} m_{\sigma_i(j)}(Y_{\sigma_i(j)}) \neq 0, \quad m \text{ du consensus}$$

> Illustration

Modèle 5

$$\left\{ \begin{array}{l} m(A) = p_{A1}.c_1 + p_{A2}.c_2 + p_{A3}.c_3, \text{ pour roche,} \\ m(B) = p_{B1}.c_1 + p_{B2}.c_2 + p_{B3}.c_3, \text{ pour cailloutis,} \\ m(C) = p_{C1}.c_1 + p_{C2}.c_2 + p_{C3}.c_3, \text{ pour ride,} \\ m(D) = p_{D1}.c_1 + p_{D2}.c_2 + p_{D3}.c_3, \text{ pour sable,} \\ m(E) = p_{E1}.c_1 + p_{E2}.c_2 + p_{E3}.c_3, \text{ pour vase,} \\ m(F) = p_{F1}.c_1 + p_{F2}.c_2 + p_{F3}.c_3, \text{ pour ombre,} \\ m(G) = p_{G1}.c_1 + p_{G2}.c_2 + p_{G3}.c_3, \text{ pour autre,} \\ m(\Theta) = 1 - (m(A) + m(B) + m(C) + m(D) + m(E) + m(F) + m(G)), \end{array} \right.$$

3 experts, 42 images sonar (38997 imageries)

Illustration : Résultats

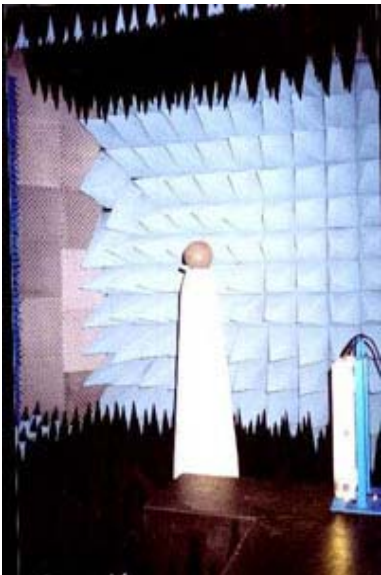
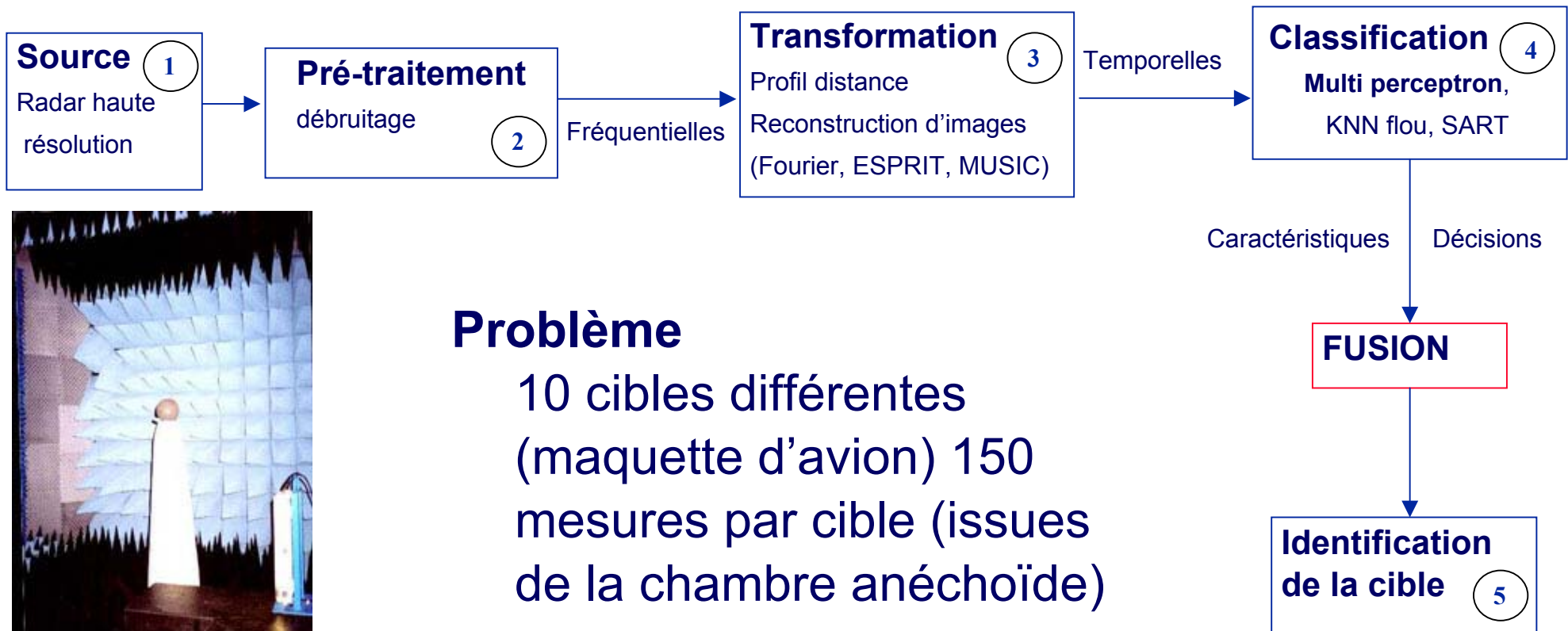
Avec un conflit total de 0.2244 :

- une différence de 0.11% sur la décision entre consensus et Dubois et Prade
- une différence de 0.66% sur la décision entre Dubois et Prade et PCR5
- une différence de 0.73% sur la décision entre Dubois et Prade et PCR5

Mais quelle est la meilleure combinaison ?

On ne connaît pas la réalité...

> Illustration en classification Radar (1/3)



Problème

10 cibles différentes
(maquette d'avion) 150
mesures par cible (issues
de la chambre anéchoïde)

> **Application en classification Radar (2/3)**

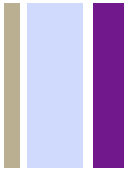
3 classifieurs à fusionner (kppv flou, SART, perceptron multicouches)

Modèle

Masse d'une cible : 2 plus fortes sorties (numériques ramenées entre 0 et 1) des classifieurs, puis normalisation des masse pour obtenir une moyenne semblable pour les 3 classifieurs
Le reste sur l'ignorance

Tirage aléatoire

2/3 apprentissage des classifieurs, 1/3 test
Réalisé 800 fois



Application en classification Radar (3/3)

Résultats

Consensus : 89.83% IC=[89.75;89.91]

Dubois et Prade : 89.99% IC=[89.91;90.08]

PCR5 : 90.05% IC=[89.97;90.13]

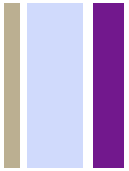
% de différence :

DST-DP : 0.67%

DP-PCR5 : 1.46%

DST-PCR5 : 2.01%





Perspectives

- **Analyse des règles de combinaison au regard de la décision**
- **Extension de l'espace de décisions vers 2^θ ou D^θ**
(définir des fonctions d'évaluation qui suppriment la monotonie des fonctions existantes)
- **Apprentissage des classifieurs de sédiments à partir des données issues de la fusion d'experts**
- **Fusion des classifieurs des sédiments**

