

Modélisation et gestion du conflit dans la théorie des  
fonctions de croyance



# Sommaire

1	Introduction générale	1
2	Modélisation et décision en présence de conflit	7
3	Gestion du conflit lors de la combinaison des fonctions de masse	25
4	Implémentation des fonctions de croyance	45
5	Caractérisation des fonds marins et évaluation	55
6	Gestion et utilisation du conflit en imagerie sonar	75
7	Conclusion et perspectives	95
	Références	101
	Index	117



# Liste des tableaux

2.1	Fonctions de masse et mesures de conflit pour cinq experts. . . . .	16
2.2	Fonctions de masse et mesures de conflit pour six experts. . . . .	17
2.3	Mesure de fiabilité fondée sur les mesures de conflit, définie par l'équation (2.14) avec $\lambda = 2$ pour 6 experts. . . . .	19
3.1	Exemple de Zadeh (1984). . . . .	28
3.2	Exemple de Zadeh (1984) avec la règle de Dubois et Prade (1988). . . . .	28
3.3	Exemple modifié de Zadeh (1984) avec la règle de Dubois et Prade (1988). . . . .	29
3.4	Exemple de conflit entre trois experts. . . . .	31
3.5	Exemple de conflit entre trois experts sur des unions. . . . .	32
3.6	Résultat de combinaison simultanée des trois experts avec la PCR6. . . . .	33
3.7	Résultat sur l'exemple de Zadeh (1984) modifié avec la PCR6. . . . .	33
3.8	Exemple illustratif. . . . .	35
3.9	La valeur de $\delta_1 = \delta$ pour l'exemple illustratif du tableau 3.8. . . . .	35
3.10	La valeur de $\delta_1 = 1 - d$ pour l'exemple illustratif du tableau 3.8. . . . .	36
3.11	Exemple de trois experts partiellement en conflit. . . . .	37
5.1	Exemple d'image sonar (fourni par le GESMA) et d'images extraites. . . . .	57
5.2	Proportion des différentes textures dans la base de données (%). . . . .	58
5.3	Répartition des textures en classes. . . . .	69
5.4	Proportion d'images selon le nombre de différentes textures présentes (%). . . . .	69
6.1	Résultat de la décision pignistique et crédibilité avec rejet sur les singletons. . . . .	78
6.2	Résultats avec rejet puis sur $2^\Theta$ . . . . .	78
6.3	Résultat de la décision pignistique sur les éléments de cardinalité 4 dans $D^\Theta$ . . . . .	79
6.4	Résultats sur les images hétérogènes de la décision pignistique sur les éléments de cardinalité 4 dans $D^\Theta$ . . . . .	79
6.5	Résultats sur les images hétérogènes de la décision pignistique (avec et sans rejet) sur les éléments de cardinalité 2 dans $D^\Theta$ . . . . .	80
6.6	Résultats sur les images hétérogènes de la décision avec la crédibilité pondérée sur les éléments de cardinalité comprise entre 2 et 6 dans $D^\Theta$ . . . . .	80
6.7	Valeurs de la mesure de dérive $d_m$ (6.8) pour les deux critères sur les 13 images de la base de test. . . . .	86
6.8	Matrice de confusion obtenue à partir du classifieur $k$ -plus proches voisins crédibiliste. . . . .	91
6.9	Matrice de confusion pour l'approche bayésienne. . . . .	91

6.10 Matrice de confusion pour l'approche fondée sur les fonctions de croyance continues. . . . . 92

# Table des figures

2.1	Moyenne de l'auto-conflit pour des fonctions de masse générées aléatoirement.	11
2.2	Distributions de l'auto-conflit en fonction de $ \Theta $ .	12
2.3	Moyenne du conflit global pour des fonctions de masse générées aléatoirement.	13
2.4	Mesure de conflit selon la masse sur $\theta_1$ et $\theta_2$ pour les différentes règles de combinaison et la moyenne des conflits.	14
2.5	Mesure de conflit selon la masse sur $\theta_1$ et $\theta_2$ pour les différentes règles de combinaison et la moyenne des conflits pour des experts sûrs.	15
2.6	Fiabilité d'un expert en fonction de son conflit avec les autres experts.	19
2.7	Cardinalité $\mathcal{C}_{\mathcal{M}}(X)$ , $\forall X \in D^{\Theta}$ avec $ \Theta  = 3$ .	23
2.8	Cardinalité $\mathcal{C}_{\mathcal{M}}(X)$ , $\forall X \in D^{\Theta}$ avec $ \Theta  = 4$ .	23
2.9	Nombre d'éléments de $D^{\Theta}$ avec $ \Theta  = 5$ , pour une cardinalité donnée.	24
4.1	Codification pour $\Theta = \{\theta_1, \theta_2, \theta_3\}$ .	47
4.2	Codification pour $\Theta = \{\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4\}$ .	48
4.3	Codification de Smarandache pour $\Theta = \{\theta_1, \theta_2, \theta_3\}$ .	49
4.4	Cardinalité $\mathcal{C}_{\mathcal{M}}(X)$ , $\forall X \in D^{\Theta}$ avec $ \Theta  = 4$ .	52
4.5	Cardinalité $\mathcal{C}_{\mathcal{M}}(X)$ , $\forall X \in D_r^{\Theta}$ avec $ \Theta  = 4$ et $\theta_1 \cap \theta_2 \equiv \emptyset$ .	53
4.6	Nombre d'éléments de $D_r^{\Theta}$ pour $ \Theta  = 5$ et $\theta_1 \cap \theta_2 \equiv \emptyset$ , ayant la même cardinalité.	54
5.1	Manual Segmentation Interface.	57
5.2	Segmentation donnée par deux experts différents.	58
5.3	Distance de pondération pour le critère de bonne détection.	64
5.4	Exemple de $n_{ef}$ pour trois pixels $f$ donnés, la frontière trouvée est représentée par des carrés verts et la frontière de référence par une ligne noire.	65
5.5	Comparaison visuelle de la classification et segmentation manuelle et automatique selon le modèle de fonctions de masse.	70
6.1	Principe du recalage, image $I_1$ recalée sur l'image $I_2$ .	82
6.2	Mesure de dissimilarité donnée par le conflit de recalage pour l'ensemble des transformations possibles.	85
6.3	Distributions de la caractéristique dite de <i>corrélation</i> par type de sédiment.	90
6.4	Représentation des taux de classification en fonction du nombre de vecteurs d'apprentissage.	92



# Notations et abréviations

Nous reprenons ici les abréviations que nous avons réduites au maximum et les notations qui ont été homogénéisées au mieux.

## Abréviations

DSmT : *Dempster-Shafer modified Theory* ou *Dezert-Smarandache Theory*

PCR : l'acronyme PCR est donné pour *Proportional Conflict Redistribution* et fait référence à différentes règles numérotées (PCR5 et PCR6)

DPCR : *Discounting Proportional Conflict Redistribution*

MDPCR : *Mixed Discounting Proportional Conflict Redistribution*

EM fait référence à l'algorithme EM (*Expectation-Maximization*)

SVM : *Support Vector Machine*

GESMA : Groupe d'Études Sous-Marine de l'Atlantique, abréviation introduite à la page 57

SAD : somme absolu des différences

TC : taux de classification

## Notations

Nous reprenons ici l'essentiel des notations employées.

### Indices

Lorsque plusieurs éléments d'une même famille entre en jeu dans une même équation, le même indice est employé avec un '.

$i$  : représente les éléments de  $\Theta$

$j$  : est utilisé pour indiquer les sources

$e$  : est un indice représentant les experts

$\kappa$  est employé pour les différentes gaussiennes d'un mélange de gaussienne, et peut aller jusqu'à  $K$

**Fonctions de croyance**

$m$   $m_j$   $m_j^\alpha$ ,  $m_j^x$  : fonction de masse qui peut être indicée indiquant par exemple la source  $j$ , la fiabilité  $\alpha$  ou encore l'observation  $x$

$S_j$  : source ou expert

$s$  : nombre de sources mises en jeu

$\Theta$  : cadre de discernement

$\Theta_r$  : cadre de discernement réduit

$\theta_i$  : élément (singleton) du cadre de discernement

$n$  : nombre d'éléments de  $\Theta$

$X$ ,  $Y$  représentent les éléments focaux,  $Y_j$  est donné par la source  $S_j$ .

$\alpha$ ,  $\alpha_j$  ou encore  $\alpha_{ij}$  représentent la fiabilité qui peut dépendre de  $S_j$  ou de  $\theta_i$

bel : crédibilité dans l'espace  $2^\Theta$  définie à la page 3

pl : plausibilité dans l'espace  $2^\Theta$  définie à la page 3

betP : probabilité pignistique dans l'espace  $2^\Theta$  définie à la page 4

Bel : crédibilité dans l'espace  $D^\Theta$  définie à la page 5

Pl : plausibilité dans l'espace  $D^\Theta$  définie à la page 5

GPT : probabilité pignistique dans l'espace  $D^\Theta$  définie à la page 5

$m_d$  : fonction masse à l'issue de l'étape de décision

$S_m$  : spécificité définie à la page 8

[.] ou  $\langle . \rangle$  représentent la codification des éléments au chapitre 4

**Ensembles**

$2^\Theta$  : ensemble de toutes les disjonctions de  $\Theta$

$D^\Theta$  : ensemble  $\Theta$  fermé par les opérateurs d'union et d'intersection

$D_r^\Theta$  : ensemble  $D^\Theta$  réduit à partir des contraintes données par l'application

$\epsilon$  : ensemble d'experts

$\mathcal{D}$  : sous-ensemble des éléments considérés pour la décision

$\mathcal{S}$  : ensemble de spécificité donné par la cardinalité ou intervalle de cardinalité

$\mathcal{T}$  : ensemble de transformations considérées pour un recalage

$|X|$  et  $\mathcal{C}_{\mathcal{M}}(X)$  représentent la cardinalité de  $X$  respectivement dans  $2^\Theta$  et  $D^\Theta$ .

**Conflits**

$a_s$  : auto-conflit d'ordre  $s$

$k$  : conflit global

Conf : conflit total défini à la section 2.2.2

Conf<sub>R</sub> conflit de recalage défini à la page 83

**Constantes**

Les constantes sont généralement données par des lettres grecs, par exemple :  $\lambda$ ,  $\lambda_X$ ,  $\gamma_i$ ,  $\delta$ . D'autres constantes peuvent être introduites localement telles que  $K_d$ ,  $r$  ou encore  $n_v$  qui est le nombre d'intersections non vides des éléments de  $\Theta_r$ .

## Fonctions indicatrices

$\delta_{X,j}$  fonction indicatrice introduite à la page 18

$\mathbb{1}$  fonction indicatrice définie à la page 20

$\chi$  fonction indicatrice définie à la page 30

$\sigma$  fonction d'indices définie à la page 30

## Fonctions diverses

Plusieurs fonctions sont introduites localement, généralement notées  $f$  ou  $g$ .

$f_d$  : fonction de décision qui représente la plausibilité, la crédibilité ou encore la probabilité pignistique

$w(X), W^i$  : fonctions de poids

$f_{mb}$  : fonction monotone booléenne

## Combinaisons

$m_{\text{Conj}}$  : combinaison conjonctive définie à la page 4. Cette combinaison peut être notée avec les numéros d'expert en indice pour indiquer l'ordre de combinaison, par exemple :

$m_{(12)3}$

$\oplus$  : opérateur de combinaison conjonctive

$m_{\text{D}}$  : combinaison conjonctive normalisée ou règle orthogonale normalisée introduite par Dempster (1967) et définie aux pages 4 et 26

$m_{\text{Dis}}$  : combinaison disjonctive définie à la page 26

$m_{\text{DP}}$  : combinaison de Dubois et Prade (1988) définie à la page 28

$m_{\text{Y}}$  : combinaison de Yager (1987) définie à la page 27

$m_{\text{M}}$  : combinaison définie par la moyenne à la page 27

$m_c$  : combinaison de Inagaki (1991) et Lefevre *et al.* (2002, 2003) définie à la page 29

$m_{\text{Mix}}$  : combinaison mixte définie à la page 34

$m_{\text{Flo}}$  : combinaison de Florea *et al.* (2006); Florea (2007) définie à la page 34

$m_{\text{PCR5}}$  : combinaison PCR5 définie à la page 29

$m_{\text{PCR6}}$  : combinaison PCR6 définie à la page 30

$m_{\text{PCR6}_f}$  : combinaison PCR6<sub>f</sub> définie à la page 31

$m_{\text{PCR6}_g}$  : combinaison PCR6<sub>g</sub> définie à la page 31

$m_{\text{DPCR}}$  : combinaison DPCR mixte définie à la page 38

$m_{\text{MDPCR}}$  : combinaison MDPCR définie à la page 40

## Notations mathématiques

Les vecteurs sont généralement notés en gras et les matrices en lettres majuscules.

$x$  : observation de dimension  $\Delta$

$d$  fait référence à une distance ou dissimilarité, et à la décision lorsqu'il est placé en indice, par exemple  $d_m$  est une mesure de dérive définie à la page 84

La transposée de  $A$  est notée :  ${}^t A$

$X^c$  représente le complémentaire de  $X$

$P$  : probabilité discrète

$p$  : distribution de probabilité

$\mu$  : moyenne

$\Sigma$  : variance

$\Gamma$  : fonction Gamma usuelle

# Chapitre 1

## Introduction générale

### Sommaire

---

<b>1.1</b>	<b>Problématique des imperfections et du conflit en particulier</b>	<b>2</b>
<b>1.2</b>	<b>Présentation générale de la théorie des fonctions de croyance</b>	<b>3</b>
<b>1.3</b>	<b>Architecture du document . . . . .</b>	<b>5</b>

---

*Dans ce chapitre introductif, nous présentons tout d'abord la problématique des imperfections et du conflit en particulier dans le traitement de données multi-sources. Nous donnons ensuite les bases de la théorie des fonctions de croyance afin de fixer les notations pour le reste du document. Nous finissons ce chapitre en présentant l'architecture du mémoire. Martin et al. (2008a) Martin et al. (2008b)*

L'objectif de ce document est de présenter quelques travaux concernant la modélisation et la gestion du conflit dans la théorie des fonctions de croyance. Ce chapitre introductif a donc pour but de bien définir la problématique du conflit qui apparaît naturellement lorsque plusieurs sources ou experts entrent en jeu. Nous rappelons ci-dessous que plusieurs cadres théoriques permettent d'aborder un tel problème. La théorie des fonctions de croyance offre en particulier une modélisation fine des imperfections. La section 1.2 permet de poser les notations pour la suite du document. La dernière section présente l'architecture générale des autres chapitres.

## 1.1 Problématique des imperfections et du conflit en particulier

Combiner des informations issues de plusieurs sources qui ne sont pas parfaites fait inévitablement apparaître un conflit entre ces sources. Comme le remarque Appriou (2002), ce conflit peut provenir d'un manque d'exhaustivité des sources, d'un manque de fiabilité de celles-ci, ou encore du fait que ces sources n'observent pas le même phénomène. Dans ce dernier cas il faut bien sûr éviter de fusionner les sources d'information.

De façon plus générale, les approches de fusion d'informations reposent sur une bonne modélisation des imperfections de l'information afin d'en tenir compte le mieux possible. En effet, à partir du moment où les informations sont imparfaites, trois actions s'offrent à nous :

- soit nous cherchons à les supprimer,
- soit nous les tolérons et nous devons alors faire en sorte que les algorithmes mis en jeu soient robustes face à ces imperfections,
- soit nous cherchons à les modéliser.

Plusieurs cadres théoriques permettent de combiner, gérer, modéliser ou utiliser les imperfections et le conflit en particulier. L'approche la plus simple pour combiner des informations est celle du vote étudiée par exemple dans Xu *et al.* (1992); Lam et Suen (1997). Cette approche ne permet cependant pas une modélisation fine des imperfections et spécialement du conflit. En revanche les théories de l'incertain le permettent, telles que la théorie des probabilités, la théorie des sous-ensembles flous initiée par Zadeh (1965), des possibilités proposée par Zadeh (1978) comme une extension de la théorie des sous-ensembles flous, et reprise par Dubois et Prade (1987), ou bien encore la théorie des fonctions de croyance de Dempster (1967) et Shafer (1976) qui porte aussi leurs noms.

Suivant Bloch (2003), nous pouvons représenter une architecture de fusion en quatre étapes : la modélisation, l'estimation des paramètres du modèle, la combinaison et la décision. Le choix de la théorie pour l'étape de modélisation conditionne donc l'ensemble des trois autres étapes. Si cette première étape est cruciale et décisive, le conflit entre les sources ne peut être défini qu'en considérant l'ensemble des sources. C'est pourquoi il est généralement intégré lors de l'étape de combinaison.

Les théories des sous-ensembles flous et des possibilités partent d'une modélisation des imprécisions alors que la théorie des probabilités modélise avant tout les incertitudes. Si ces théories permettent finalement la modélisation d'un grand nombre d'imperfections et sont performantes pour modéliser des informations décrites sur un espace continu, comme

le rappelle récemment Baudrit (2006), la théorie des fonctions de croyance contient la théorie des possibilités et des probabilités dans le cas discret. De plus, la problématique du conflit reste centrale dans la théorie des fonctions de croyance. C'est donc naturellement que nous avons cherché à bien modéliser, gérer et utiliser la notion de conflit dans la théorie des fonctions de croyance. Comme nous allons le souligner dans la suite, si le formalisme de cette théorie est bien adapté à des applications de fusion d'informations, son utilité est bien plus grande.

La reste de ce chapitre introductif rappelle les principes fondamentaux de la théorie des fonctions de croyance et présente le plan de ce document.

## 1.2 Présentation générale de la théorie des fonctions de croyance

La théorie des fonctions de croyance est fondée sur la manipulation des fonctions de masse (ou masse élémentaire de croyance). Les fonctions de masse sont définies sur l'ensemble de toutes les disjonctions du *cadre de discernement*  $\Theta = \{\theta_1, \dots, \theta_n\}$ , noté  $2^\Theta$ , et à valeurs dans  $[0, 1]$ , avec :

$$\sum_{X \in 2^\Theta} m_j(X) = 1, \quad (1.1)$$

et

$$m_j(\emptyset) = 0, \quad (1.2)$$

où  $m_j(\cdot)$  représente la fonction de masse pour une source (ou un expert)  $S_j$ ,  $j = 1, \dots, s$ . Les éléments  $X$  tels que  $m(X) > 0$  sont appelés les *éléments focaux*. La réunion des éléments focaux est appelé le *noyau*.

Implicitement les singletons  $\theta_i$  de  $\Theta$  représentent les différents éléments possibles et sont supposés exhaustifs et exclusifs. Il est cependant possible de lever l'exhaustivité en supprimant l'hypothèse de *monde fermé* donnée par l'équation (1.2) et dans ce cas nous parlons de *monde ouvert*.

À partir de ces fonctions de masse, d'autres fonctions de croyance peuvent être définies. Les fonctions de crédibilité représentent la croyance minimale d'une source définie à partir des masses élémentaires de croyance portées par les éléments focaux. Elles sont données pour tout  $X \in 2^\Theta$  par :

$$\text{bel}(X) = \sum_{Y \subseteq X, Y \neq \emptyset} m(Y), \quad (1.3)$$

Les fonctions de plausibilité représentent la croyance maximale d'une source définie à partir des masses élémentaires de croyance portées par les éléments focaux. Elles sont données pour tout  $X \in 2^\Theta$  par :

$$\text{pl}(X) = \sum_{Y \in 2^\Theta, Y \cap X \neq \emptyset} m(Y) = \text{bel}(\Theta) - \text{bel}(X^c) = 1 - m(\emptyset) - \text{bel}(X^c), \quad (1.4)$$

où  $X^c$  est le complémentaire de  $X$ .

Afin de conserver un maximum d'informations, il est préférable de rester à un niveau *crédal* (*i.e.* de manipuler des fonctions de croyance) pendant l'étape de combinaison des informations pour prendre la décision sur la fonction de croyance issue de la combinaison. Si la décision prise par le maximum de crédibilité peut être trop pessimiste, la décision issue du maximum de plausibilité est bien souvent trop optimiste. Le maximum de la probabilité pignistique<sup>1</sup>, introduite par Smets (1990b), reste le compromis le plus employé. La probabilité pignistique est donnée pour tout  $X \in 2^\Theta$ , avec  $X \neq \emptyset$  par :

$$\text{betP}(X) = \sum_{Y \in 2^\Theta, Y \neq \emptyset} \frac{|X \cap Y|}{|Y|} \frac{m(Y)}{1 - m(\emptyset)}. \quad (1.5)$$

Notons que nous obtenons ainsi une probabilité peu conforme à la notion de fonction de masse.

La combinaison des fonctions de masse issues des différentes sources  $S_j$  peut être réalisée suivant plusieurs opérateurs. Historiquement la première règle proposée par Dempster (1967) et reprise par Shafer (1976) est la règle orthogonale normalisée (ou combinaison conjonctive normalisée) donnée pour deux fonctions de masse  $m_1$  et  $m_2$  et pour tout  $X \in 2^\Theta$ ,  $X \neq \emptyset$  par :

$$m_D(X) = \frac{1}{1 - k} \sum_{Y_1 \cap Y_2 = X} m_1(Y_1)m_2(Y_2), \quad (1.6)$$

où  $k = \sum_{Y_1 \cap Y_2 = \emptyset} m_1(Y_1)m_2(Y_2)$  est l'inconsistance de la fusion (Janez (1996) parle d'incohérence de la combinaison) souvent nommé abusivement conflit. Cette valeur  $k$ , que nous appellerons *conflit global* est à l'origine d'un grand nombre de discussions et de travaux que nous détaillons davantage dans le chapitre 3. Cette normalisation par  $1 - k$  a été initialement introduite pour rester en monde fermé. Afin de considérer des problèmes en monde ouvert, tel que préconisé par Smets (1990b), la règle conjonctive de consensus (ou combinaison conjonctive) est généralement employée. Elle est donnée pour deux fonctions de masse  $m_1$  et  $m_2$  et pour tout  $X \in 2^\Theta$  par :

$$m_{\text{Conj}}(X) = \sum_{Y_1 \cap Y_2 = X} m_1(Y_1)m_2(Y_2). \quad (1.7)$$

On pourra noter  $m_{\text{Conj}} = m_1 \oplus m_2$ . Le nombre  $k = m_{\text{Conj}}(\emptyset)$  s'interprète alors comme une solution non attendue.

Ces deux règles (1.6) et (1.7) permettent de réduire l'imprécision des éléments focaux et d'augmenter la croyance sur les éléments concordant entre les sources. Notons de plus que ces règles font l'hypothèse que les sources sont fiables.

L'approche, proposée par Dezert (2002), qui consiste à fermer l'espace  $\Theta$  par les opérateurs d'union et d'intersection, permet de lever l'hypothèse d'exclusivité des éléments  $\theta_i$ .

<sup>1</sup>L'introduction de ces termes de niveau *crédal* et niveau pignistique dans la théorie des fonctions de croyance est due à Smets et Kennes (1994). Ils font référence au termes latin *credo* (je crois) et *pignus* (un pari, d'où la traduction anglaise *bet*)

Cette extension de  $2^\Theta$ , notée<sup>2</sup>  $D^\Theta$ , a poussé un grand nombre de réflexions autour de l'expressivité supplémentaire qu'elle peut offrir, mais aussi sur la gestion du conflit lors de la combinaison comme nous le présentons au chapitre 3. Le cadre de ces réflexions a par la suite pris le nom de DSMT (*Dempster-Shafer modified Theory* ou *Dezert-Smarandache Theory*) Smarandache et Dezert (2004, 2006, 2009).

Dans cet ensemble  $D^\Theta$ , il est possible d'imposer des contraintes selon les applications sur des intersections (éléments de  $D^\Theta$ ) qui seraient vides. Ce sont donc des contraintes sur l'exclusivité de certains éléments, ce qui se traduit par une équivalence à l'ensemble vide de ces éléments de  $D^\Theta$ . Nous obtenons ainsi un ensemble réduit d'éléments que nous noterons  $D_r^\Theta$ . Le nombre d'éléments de cet espace devient donc bien plus important que  $2^\Theta$ , mais moins grand que  $2^{2^\Theta}$  comme montré dans Dezert et Smarandache (2004a).

Dans le contexte de la DSMT, les fonctions de crédibilité, plausibilité et probabilité pignistique ont été généralisées par Dezert *et al.* (2004); Smarandache et Dezert (2004). La fonction de crédibilité généralisée Bel est définie par :

$$\text{Bel}(X) = \sum_{Y \in D_r^\Theta, Y \subseteq X, Y \neq \emptyset} m(Y). \quad (1.8)$$

La fonction de plausibilité généralisée Pl est définie par :

$$\text{Pl}(X) = \sum_{Y \in D_r^\Theta, X \cap Y \neq \emptyset} m(Y). \quad (1.9)$$

Dans  $D^\Theta$ , la plausibilité n'a plus d'intérêt car alors tous les éléments contiennent l'intersection de tous les éléments de  $\Theta$ . Cependant dans  $D_r^\Theta$ , la plausibilité peut avoir un sens. La probabilité pignistique généralisée est donnée pour tout  $X \in D^\Theta$ , avec  $X \neq \emptyset$  par :

$$\text{GPT}(X) = \sum_{Y \in D_r^\Theta, Y \neq \emptyset} \frac{\mathcal{C}_{\mathcal{M}}(X \cap Y)}{\mathcal{C}_{\mathcal{M}}(Y)} m(Y), \quad (1.10)$$

où  $\mathcal{C}_{\mathcal{M}}(X)$  est la cardinalité de  $X$  de  $D^\Theta$ , définie par Dezert et Smarandache (2004b) comme correspondant au nombre de parties disjointes du diagramme de Venn<sup>3</sup> incluses dans  $X$ .

Que nous considérons l'espace  $2^\Theta$  ou  $D^\Theta$ , ces fonctions de décision (crédibilité, plausibilité et probabilité pignistique) sont croissantes par l'inclusion. Ainsi, la décision n'est généralement considérée que sur les singletons. Appriou (2005) montre cependant comment décider sur des éléments de  $2^\Theta$  autres que les singletons. Nous présentons au chapitre 2 comment décider sur des informations conflictuelles représentées l'espace  $D^\Theta$ .

## 1.3 Architecture du document

La suite de ce document est architecturée de manière équilibrée, avec d'une part trois chapitres où nous présentons des approches que nous avons développées et d'autre part

<sup>2</sup> $D$  vient du treillis de Dedekind.

<sup>3</sup>John Venn (1834-1923), mathématicien britannique, publia son diagramme en 1880 dans un article intitulé *On the Diagrammatic and Mechanical Representation of Propositions and Reasonings*, pour représenter géométriquement des ensembles de plusieurs éléments.

deux chapitres d'applications, avant de finir par un chapitre dédié à la conclusion et aux perspectives offertes par ce travail.

Le chapitre 2 est dédié à la modélisation dans le cadre des fonctions de croyance et au processus de décision, deux étapes dans lesquelles il faut tenir compte du conflit. Nous donnons dans un premier temps une définition d'une mesure de conflit différente du conflit global généralement admise dans la théorie des fonctions de croyance. Nous introduisons également la notion d'auto-conflit lié à la combinaison. Nous présentons ensuite comment estimer différentes fiabilités à partir de mesures de conflit. Enfin, nous proposons un processus de décision permettant une prise de décision sur les informations conflictuelles, soit en les rejetant, soit en les exhibant.

Le chapitre 3 est consacré à la gestion du conflit dans la combinaison. À la suite d'un rappel des principales règles de combinaison proposées pour tenter de répondre au contre-exemple de Zadeh (1984), nous présentons une règle qui répartit proportionnellement le conflit sur les éléments qui l'ont engendré. Nous montrons ensuite comment intégrer les estimations de fiabilité données dans le chapitre 2 et la spécificité des réponses des experts.

Les règles de combinaison proposées dans le chapitre 3 peuvent paraître compliquées à programmer, particulièrement dans l'espace  $D^\Theta$ . Dans le chapitre 4 nous présentons une approche pour coder simplement la plupart des opérations utiles dans la théorie des fonctions de croyance. Cette codification permet d'énumérer les parties distinctes du diagramme de Venn et ainsi de coder les éléments de l'espace de discernement  $\Theta$ . Nous abordons en particulier le problème de la génération de  $D^\Theta$ . Cette approche simple et pratique permet d'aborder la théorie des fonctions de croyance tout en cherchant à gérer facilement le conflit lors de la combinaison ou encore de décider sur des informations conflictuelles.

Le chapitre 5 est dédié à la présentation de la problématique de caractérisation des fonds marins à partir d'images sonar qui est particulièrement difficile. En effet, compte tenu des nombreuses incertitudes et imprécisions que nous pouvons avoir sur la réalité de l'environnement marin, le conflit apparaît important dans des configurations multi-vues, multi-capteurs, ou simplement dans la représentation de l'information. Après avoir présenté les données et comment les classifier de manière classique, nous décrivons une façon originale d'évaluer la classification d'images et la segmentation qui en découle. Cette approche est illustrée dans le cas de la fusion de classifieurs pour laquelle nous comparons deux modèles de fonctions de masse.

La caractérisation des fonds marins sert de champ d'application à la gestion et utilisation du conflit dans le chapitre 6. Nous montrons tout d'abord les résultats du processus de décision décrit au chapitre 2 permettant le rejet et une décision sur des informations conflictuelles. Selon l'application, il peut être intéressant de ne pas chercher à supprimer le conflit qui peut servir comme nous le montrons ensuite pour recalibrer les images. Pour finir nous présentons une utilisation des fonctions de croyance continues que nous comparons au classifieur bayésien dans le cadre de cette application.

Dans le chapitre 7, après être revenus sur les principaux points développés dans ce document, nous proposons quelques perspectives à ce travail.

# Chapitre 2

## Modélisation et décision en présence de conflit

### Sommaire

---

<b>2.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>8</b>
<b>2.2</b>	<b>Mesures de conflit</b>	<b>9</b>
2.2.1	Auto-conflit	10
2.2.2	Mesure de conflit fondée sur une distance	11
2.2.3	Illustration à partir de simulations	14
<b>2.3</b>	<b>Estimation de la fiabilité à partir d'une mesure de conflit</b>	<b>16</b>
2.3.1	Fiabilité totale	16
2.3.2	Fiabilité locale et conflit local	18
<b>2.4</b>	<b>Décision sur des informations conflictuelles</b>	<b>20</b>
2.4.1	Processus de décision	21
2.4.2	Décision selon la cardinalité	22
<b>2.5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>24</b>

---

*Dans ce chapitre, nous revenons sur la définition du conflit dans la théorie des fonctions de croyance. Nous présentons la notion d'auto-conflit souvent négligée dans le conflit global. Les mesures de conflit introduites dans ce chapitre permettent l'estimation de mesures de fiabilité qui seront employées au chapitre suivant dans la combinaison. À la suite de ces solutions de modélisation du conflit et de la fiabilité, nous détaillons un processus de décision qui permet de rejeter une partie des données et de décider sur des données conflictuelles.*

## 2.1 Introduction

Une des premières raisons de l'utilisation de la théorie des fonctions de croyance est certainement sa richesse en termes de modélisation des imperfections de l'information. Les principales imperfections considérées sont l'incertitude et l'imprécision étudiées par exemple dans Dubois et Prade (1994a,b); Bloch (1996a); Smets (1997). À ces deux imperfections peuvent être ajoutées l'incomplétude (*cf.* Smets (1991); Bloch (1996b); Varshney (1997); Delplanque *et al.* (1997); Janez et Appriou (1996, 1998); Appriou (2002)), la redondance et la complémentarité (*cf.* Janez (1996); Bloch (2003)), l'ambiguïté (*cf.* Bloch (2003)), et bien sûr le conflit (*cf.* Varshney (1997); Delmotte et Borne (1998); Appriou (2002)). Bloch (2003) propose une définition de ces imperfections pour la problématique de fusion.

Des fonctions de masse très simples permettent d'illustrer quelques-unes de ces notions :

- Si les seuls éléments focaux sont les singletons  $\theta_i$ , la fonction de masse  $m_j$  est alors une probabilité.
- Si  $m_j(\Theta) = 1$ , alors la source  $S_j$  représente dans l'ignorance totale.
- Si  $m_j(\theta_i) = 1$ , alors la source  $S_j$  a une connaissance précise, elle croit pleinement en  $\theta_i$ .
- Si  $m_j(A) = 1$ , alors la source  $S_j$  a une connaissance imprécise, elle ne croit qu'en  $A$  qui peut être une disjonction des éléments du cadre de discernement  $\Theta$ .
- Si  $m_j(A) = a$  et  $m_j(\Theta) = 1 - a$ , avec  $a \in [0, 1]$  (cas des fonctions à support simple), alors la source  $S_j$  a une connaissance incertaine et imprécise, elle croit en partie en  $A$ , mais rien de plus.

Smets (1991) et Dubois *et al.* (1996) précisent que la notion d'ignorance contient une part d'incomplétude.  $\Theta$  représente l'ignorance la plus grande, ou ignorance totale, à laquelle nous lui distinguons les ignorances partielles qui sont les disjonctions d'éléments de  $\Theta$  de cardinalité inférieure à  $|\Theta|$ . Ainsi une fonction de masse représente une ignorance totale si sa masse est 1 sur  $\Theta$ . De plus, si la masse sur  $\Theta$  est inférieure à 1, la part d'ignorance totale est incertaine. La cardinalité des éléments focaux est donc importante pour la définition de ces notions. Yager (1983) a introduit une mesure de spécificité dans le cas des fonctions de croyance par :

$$S_m = \sum_{X \in 2^\Theta, X \neq \emptyset} \frac{m(X)}{|X|}. \quad (2.1)$$

Elle vient donc pondérer par la masse élémentaire, l'inverse de la cardinalité. Par la suite le terme spécificité fait référence à toute fonction inversement proportionnelle à la cardinalité.

Yager (1983) définit également des mesures entropiques qui sont la base d'un grand nombre de mesures de l'incertitude à partir des fonctions de masse (voir par exemple Klir (1994)).

À ces imperfections sur l'information, il faut ajouter les imperfections liées aux sources elles-mêmes. Tout d'abord, la notion de fiabilité d'une source d'informations, souvent difficile à quantifier, doit aussi être intégrée dans la modélisation (*cf.* Appriou (2002));

Rogova et Nimier (2004); Elouedi *et al.* (2004)). Nous pouvons distinguer deux types de fiabilité :

- la fiabilité de la source à donner une information sûre,
- la fiabilité de la source à donner une information.

Ces deux types de fiabilité peuvent se quantifier à partir d'un degré de fiabilité qui est une mesure de certitude de l'information dans le premier cas et de la certitude de la source à donner une information dans le second. Ces notions sont donc fortement liées à l'incertitude et l'incomplétude. L'approche classique dans la théorie des fonctions de croyance pour intégrer la fiabilité est la procédure d'affaiblissement. Nous introduisons dans la section 2.3 une façon d'estimer la fiabilité et nous montrons au chapitre 3 qu'il est possible d'en tenir compte directement dans la combinaison.

L'indépendance des sources est aussi une propriété liée aux sources qu'il faut alors considérer dans leur ensemble. Il est cependant rare de rencontrer une indépendance statistique des sources, car elles sont souvent de même nature et observent les mêmes phénomènes physiques; leur modélisation statistique est donc la même. En effet, nous n'avons pas en général :

$$P(S_j \cap S_{j'}) = P(S_j).P(S_{j'}). \quad (2.2)$$

En revanche, l'indépendance cognitive introduite par Smets (1993), moins restrictive, est suffisante dans la théorie des fonctions de croyance. L'indépendance cognitive des sources est réalisée si chaque source n'a aucune information sur les autres sources, c'est-à-dire que chaque source fournit son information sans consulter les autres sources.

Notons que le conflit peut aussi être rapporté aux sources d'informations et non plus à l'information proprement dite. C'est d'ailleurs plutôt en ce sens qu'il est défini dans la théorie des fonctions de croyance.

Les fonctions de croyance offrent encore de nombreux avantages pour la modélisation d'informations pas toujours homogènes. Il est ainsi possible de gérer différents référentiels pour les sources à partir de procédures de conditionnement et déconditionnement s'apparentant aux probabilités conditionnelles.

Dans ce chapitre nous présentons dans la section 2.2 d'une part quelques considérations sur les mesures de conflit dans la théorie des fonctions croyance et d'autre part la notion d'auto-conflit. Nous montrons dans la section 2.3 comment estimer différentes fiabilités à partir de mesures de conflit. La dernière section 2.4 est consacrée à la prise de décision sur les informations conflictuelles.

## 2.2 Mesures de conflit

Comme nous l'avons évoqué précédemment, la notion de conflit dans la théorie des fonctions de croyance est principalement définie par la masse sur l'ensemble vide à l'issue de la combinaison conjonctive donnée par l'équation (1.7). Le conflit peut aussi être défini comme une fonction de cette masse sur l'ensemble vide telle que présentée par Yager (1983) :  $-\ln(1 - m_{\text{Conj}}(\emptyset))$ . Cet opérateur conjonctif n'est cependant pas idempotent, c'est-à-dire que la combinaison de deux experts fournissant les mêmes fonctions de masse

ne produit pas la même fonction de masse. Si ce résultat peut s'entendre en termes d'augmentation de la spécificité, un conflit entre ces experts ne semble pas possible. Pourtant la masse sur l'ensemble vide, définissant le conflit global, est en général non nulle. Il paraît donc important de relativiser ce conflit global avec ce que nous avons appelé l'*auto-conflit*, présenté dans la section 2.2.1.

Par ailleurs, le problème de la gestion du conflit global lors de la combinaison a été largement étudié, nous y revenons au chapitre 3. Notons simplement, que ce conflit global est la somme des *conflits partiels* issus des intersections vides des éléments focaux des différents experts combinés.

Klir (1994) fait la distinction entre deux types d'incertitude dans la théorie des fonctions de croyance : la non-spécificité et la discorde. Ces mesures reposent essentiellement sur des mesures entropiques de Shannon (1948), également étudiées par Yager (1983). Ces mesures sont donc définies pour une fonction de masse donnée et non plusieurs, nous pensons ainsi à la différence de Wierman (2001) qu'il ne s'agit pas là de conflit.

Nous définissons ici le conflit entre deux experts par la contradiction contenue dans leur réponse exprimée sous la forme de deux fonctions de masse. Dans la section 2.2.2, nous mesurons cette contradiction en termes de distance d'un expert (et de sa fonction de masse associé) à un autre expert ou groupe d'experts (et à leurs fonctions de masse associées).

### 2.2.1 Auto-conflit

Liu (2006) a observé que le conflit global donné par  $k = m_{\text{Conj}}(\emptyset)$  n'est pas une mesure de conflit entre les fonctions de masse. En effet, la plupart des opérateurs de combinaison employés dans la théorie des fonctions de croyance ne sont pas idempotent (*cf.* chapitre 3) : la combinaison de fonctions de masse identiques donne généralement une valeur positive de  $k$ . De façon à souligner cet aspect, nous avons défini dans Martin et Osswald (2006b); Osswald et Martin (2006), la notion d'*auto-conflit* qui permet de quantifier le conflit intrinsèque d'une fonction de masse. L'auto-conflit d'ordre  $s$  pour un expert est donné par :

$$a_s = \left( \bigoplus_{i=1}^s m \right) (\emptyset), \quad (2.3)$$

où  $\oplus$  est la règle conjonctive de l'équation (1.7). Nous avons ainsi la propriété suivante :

$$a_s \leq a_{s+1}, \quad (2.4)$$

qui signifie que la non-idempotence de  $\oplus$  entraîne que plus  $m$  est combinée avec elle-même, plus  $k$  est proche de 1. Ainsi en règle générale, plus le nombre d'experts est grand, plus le conflit global est grand ( $k$  est proche de 1). Notons que Yager (1992) a souligné l'intérêt de cette mesure, la nommant *plausibilité de la structure de croyance*. George et Pal (1996) ont également défini un conflit que Florea et Bossé (2009) nomment *conflit intrinsèque* et donné par :

$$\sum_{X, Y \in \Theta} m(X)m(Y) \frac{|X \cup Y| - |X \cap Y|}{|X \cup Y|}. \quad (2.5)$$

Le conflit intrinsèque n'est cependant pas nul pour une fonction de masse consonante<sup>1</sup>, du fait du coefficient  $\frac{|X \cup Y| - |X \cap Y|}{|X \cup Y|} = \frac{|Y| - |X|}{|Y|}$  si  $|X| < |Y|$ , ce qui peut paraître contre-intuitif. Ce n'est pas le cas de l'auto-conflit.

Dans le but d'étudier la distribution de l'auto-conflit, nous avons, dans Martin *et al.* (2008a), généré aléatoirement des fonctions de masse non-dogmatiques (*i.e.* telles que  $m(\Theta) \neq 0$ ), avec pour seuls éléments focaux les singletons de  $\Theta$  et l'ignorance  $\Theta$ . La figure 2.1 montre la moyenne de l'auto-conflit sur 1000 masses selon l'ordre  $s$  et pour différentes cardinalités de  $\Theta$ . Nous observons que l'auto-conflit devient vite proche de 1 en fonction des cardinalités  $|\Theta|$  et de l'ordre  $s$ . La figure 2.2 présente les distributions de l'auto-conflit pour  $|\Theta| = 3, 4, 5$  et  $6$  et pour l'ordre  $s \in [2, 7]$ . Pour  $|\Theta| \geq 4$  et  $s \geq 4$  la distribution peut être approchée par une fonction de la forme de  $\frac{1}{1 - \exp(y)}$ . Ceci montre de nouveau que l'auto-conflit tend rapidement vers 1.

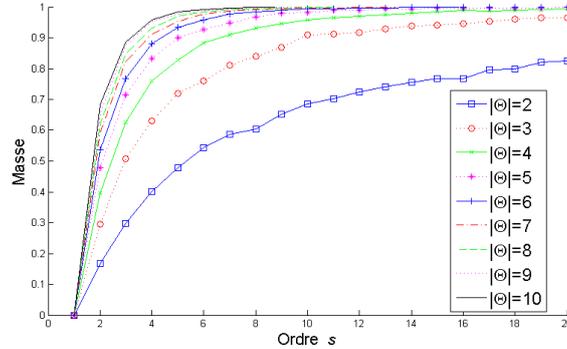


Figure 2.1 – Moyenne de l'auto-conflit pour des fonctions de masse générées aléatoirement.

La figure 2.3 présente la moyenne du conflit global  $k$  pour des fonctions de masse générées aléatoirement en fonction de  $|\Theta|$  et du nombre d'experts  $s$ . Nous pouvons remarquer que  $k$  tend plus rapidement vers 1 que l'auto-conflit. La forme de la distribution de  $k$  est aussi très similaire à la distribution de l'auto-conflit pour un ordre  $s$  donné, correspondant au nombre d'experts. Ces résultats illustrent le fait que  $k$  ne définit pas de manière adéquate une mesure de conflit entre les fonctions de masse d'un ensemble d'experts.

### 2.2.2 Mesure de conflit fondée sur une distance

Au lieu de la mesure de conflit donnée par le conflit global  $k$ , ou de mesures telles que celle proposée par Yager (1983) qui en découle directement, nous avons proposé dans Martin *et al.* (2008a) de définir une mesure permettant de quantifier le conflit d'un expert par rapport aux autres experts s'exprimant sur la même observation. Il s'ensuit que cette mesure de conflit, qui mesure un conflit total, est naturellement définie à partir d'une *distance* entre les fonctions de croyance des experts. Ainsi, si les opinions de deux experts

<sup>1</sup>C'est-à-dire dont les éléments focaux sont emboîtés.

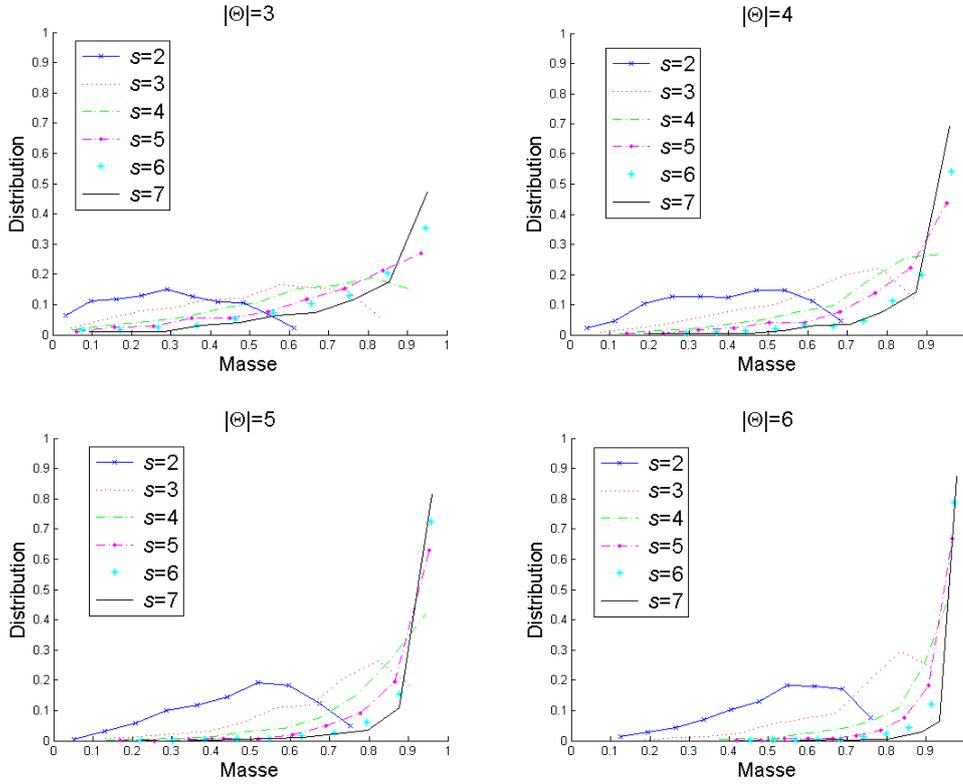


Figure 2.2 – Distributions de l’auto-conflit en fonction de  $|\Theta|$ .

(données par leurs fonctions de masse) sont éloignées l’une de l’autre, nous considérons que les experts sont en conflit.

Différentes mesures entre fonctions de masse sont envisageables. Florea et Bossé (2009) en donnent un état de l’art assez complet. Ristic et Smets (2006) ont proposé une distance directement issue de la valeur  $k$ ; elle ne vérifie donc pas la propriété de séparation<sup>2</sup>. Initialement, des distances dans la théorie des fonctions de croyance ont été étudiées dans le but d’évaluer la qualité d’un résultat d’approximation ou en vue d’une procédure d’optimisation. C’est en ce sens que des mesures sur les probabilités pignistiques ont été introduites par Tessem (1993) et Bauer (1997). Différentes distances définies dans l’espace des fonctions de masse sont également possibles. Ristic et Smets (2006) étudient par exemple les distances euclidienne et de Bhattacharya. Nous lui avons préféré la distance introduite par Jousselme *et al.* (2001) qui a l’avantage de tenir compte de la cardinalité des éléments focaux. En outre, elle a été largement employée dans le cadre de la théorie des fonctions de croyance, par exemple par Chen *et al.* (2005), Yong *et al.* (2004) et Dencœux (2008).

Cette distance est définie pour deux fonctions de masse  $m_1$  et  $m_2$  par :

$$d(m_1, m_2) = \sqrt{\frac{1}{2} {}^t(\mathbf{m}_1 - \mathbf{m}_2) \underline{\underline{D}}(\mathbf{m}_1 - \mathbf{m}_2)}, \quad (2.6)$$

<sup>2</sup> $d(x, y) = 0 \Leftrightarrow \forall x, y \ x = y$

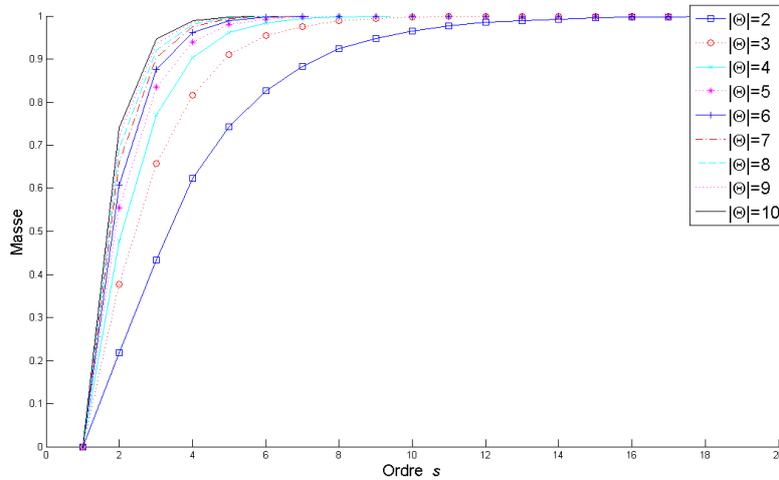


Figure 2.3 – Moyenne du conflit global pour des fonctions de masse générées aléatoirement.

où  $\underline{D}$  est une matrice symétrique  $2^{|\Theta|} \times 2^{|\Theta|}$  définie par :

$$D(X, Y) = \begin{cases} 1, & \text{si } X = Y = \emptyset, \\ \frac{|X \cap Y|}{|X \cup Y|}, & \forall X, Y \in 2^\Theta. \end{cases} \quad (2.7)$$

Notons qu'en réalité l'inversibilité de la matrice  $D$  pour tout  $|\Theta|$  n'a jamais été démontrée, et donc que  $d$  est réellement une distance. En contrepartie, il est aisé de constater numériquement l'inversibilité de cette matrice.

Notre hypothèse est que plus deux fonctions de masse sont éloignées l'une de l'autre et plus elles sont en conflit. Une mesure de conflit total entre deux experts peut alors être définie par :

$$\text{Conf}(1, 2) = d(m_1, m_2), \quad (2.8)$$

où  $d$  est la distance définie par l'équation (2.6), mais pourrait être autre.

Dans le but d'assigner un poids mesurant le conflit à chaque expert, nous devons quantifier comment un expert donné dans un ensemble d'experts à combiner  $\mathcal{E} = \{1, \dots, s\}$  est en conflit avec le reste de l'ensemble. Nous pouvons ainsi définir une mesure de conflit entre un expert  $S_j$  et les  $s - 1$  autres experts par la moyenne des conflits deux à deux :

$$\text{Conf}(j, \mathcal{E}) = \frac{1}{s-1} \sum_{e=1, e \neq j}^s \text{Conf}(j, e). \quad (2.9)$$

Une autre définition possible est donnée par :

$$\text{Conf}(j, s) = d(m_j, m_{\mathcal{E}}), \quad (2.10)$$

où  $m_{\mathcal{E}}$  est la fonction de masse de l'expert artificiel représentant les opinions combinées des  $s - 1$  autres experts de  $\mathcal{E}$  sans l'expert  $S_j$ . La combinaison à laquelle nous faisons référence ici peut être la combinaison conjonctive (1.7), la combinaison conjonctive normalisée (1.6), ou bien une des combinaisons que nous présentons au chapitre 3, telle que la combinaison de Yager (3.4), la moyenne des fonctions de masse (3.3), *etc.* Le choix de la règle de combinaison pour le calcul de  $m_{s-1}$  n'est pas trivial.

Les extensions de la mesure de conflit à plus de deux fonctions de masse à  $s$  fonctions de masse proposées ici entraînent implicitement l'hypothèse que plus de la moitié des experts est fiable. En effet, un expert, exprimant une fonction de masse  $m$ , est en conflit avec les autres si la fonction de masse  $m$  est éloignée des autres fonctions de masse données par les autres experts de  $\mathcal{E}$ .

### 2.2.3 Illustration à partir de simulations

Considérons 130 experts s'exprimant *via* des fonctions de masse définies sur  $2^{\Theta}$  avec  $\Theta = \{\theta_1, \theta_2\}$ . Nous avons généré 100 fonctions de masse avec pour seuls éléments focaux  $\theta_1$  et  $\Theta$  et 30 fonctions de masse avec pour éléments focaux  $\theta_2$  et  $\Theta$ . La figure 2.4 présente le conflit obtenu pour chaque expert en fonction de la masse sur  $\theta_1$  et  $\theta_2$  et pour les différentes façons de calculer le conflit (*i.e.* utilisant différentes règles de combinaison et la moyenne des conflits). Nous considérons les mesures de conflit définies par les équations (2.9) et (2.10) avec la règle conjonctive (1.7), la règle conjonctive normalisée (1.6), la règle de Yager  $m_Y$  (3.4) et la moyenne des fonctions de masse  $m_M$  (équation (3.3)). Du

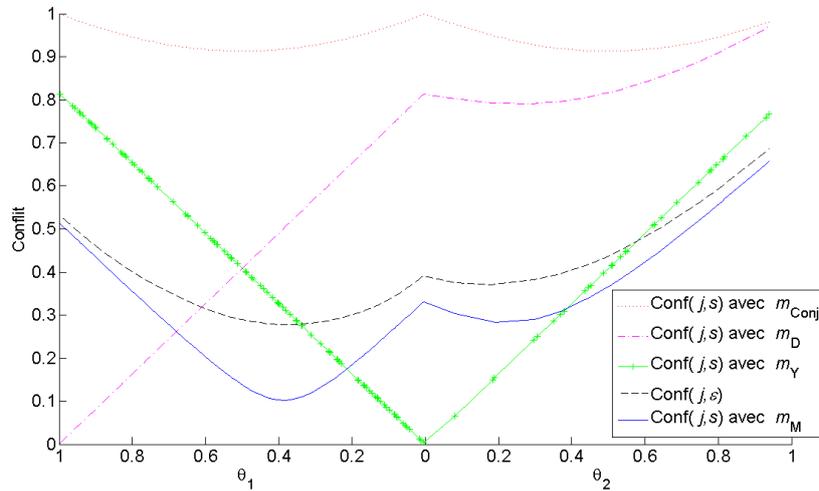


Figure 2.4 – Mesure de conflit selon la masse sur  $\theta_1$  et  $\theta_2$  pour les différentes règles de combinaison et la moyenne des conflits.

fait du grand nombre d'experts, la valeur de  $k$  est proche de 1. Les règles conjonctives normalisées ou non sont donc mal adaptées ici. La règle de Yager transfère  $k$  sur  $\Theta$  ; le conflit d'un expert selon l'équation (2.10) devient donc linéaire en fonction de la masse de  $\Theta$  (et donc en fonction de la masse du singleton  $\theta_1$ , puis  $\theta_2$ , puisqu'il n'y a que deux

éléments focaux). Dans ce cas avec beaucoup d'experts, seules les mesures de conflit données par les équations (2.9) et (2.10) avec la moyenne des fonctions de masse donnent de bons résultats. Ici, des experts ne sont pas tous sûrs puisque les masses aléatoires sur le singleton peut être plus petit que 0.5 (et ainsi la masse sur  $\Theta$  peut être plus grande que 0.5).

Considérons à présent un exemple légèrement différent : sur les 130 fonctions de masse générées, nous ne conservons que celles dont la masse sur les singletons sont supérieures à 0.5. Nous obtenons ainsi 44 experts s'exprimant en faveur de  $\theta_1$  et 18 en faveur de  $\theta_2$ . La figure 2.5 présente le conflit obtenu de la même façon que sur la figure 2.4. Le conflit obtenu par les mesures calculées à partir des équations (2.9) et (2.10) avec la combinaison par moyenne des fonctions de masse, permet de discriminer clairement les deux groupes d'experts. En effet, le seuil pour le premier groupe est autour de 0.5, alors qu'il est autour de 0.4 pour le second groupe.

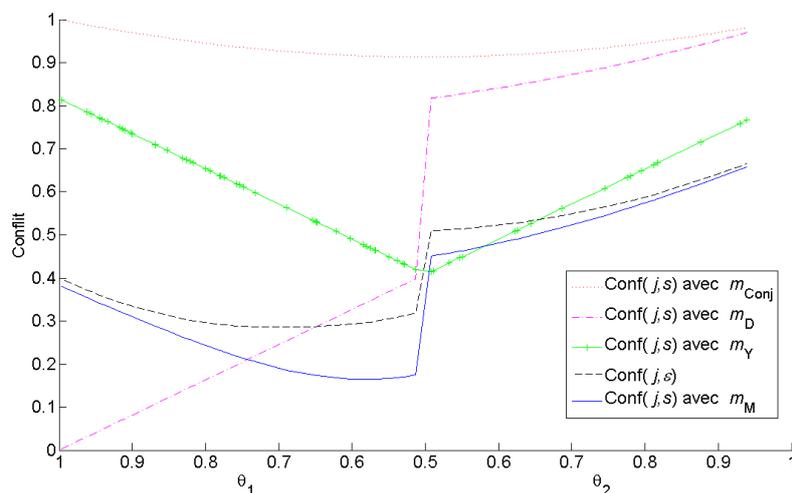


Figure 2.5 – Mesure de conflit selon la masse sur  $\theta_1$  et  $\theta_2$  pour les différentes règles de combinaison et la moyenne des conflits pour des experts sûrs.

Nous considérons maintenant cinq experts avec les fonctions de masse associées fournies dans le tableau 2.1 : 3 experts sont très favorables à  $\theta_1$  et 2 à  $\theta_2$ . Nous constatons que même avec cinq experts, le conflit donné par les mesures de l'équation (2.10) avec la règle conjonctive normalisée et non-normalisée et la règle de Yager est concluant. De plus avec les équations (2.9) et (2.10) avec la moyenne des fonctions de masse, le conflit pour les trois experts favorables à  $\theta_1$  est plus faible que celui des experts favorables à  $\theta_2$ .

À présent, considérons l'exemple du tableau 2.2 avec six experts : deux experts s'expriment en faveur de  $\theta_1$  avec une masse de croyance d'environ 0.7, deux experts s'expriment en faveur de  $\theta_2$  avec approximativement une masse de 0.65, un expert s'exprime en faveur de  $\theta_2$  avec une forte masse de 0.93 et le dernier expert a une forte ignorance (masse sur  $\Theta$ ). Dans cet exemple, une fois de plus, la règle conjonctive ne fonctionne pas bien. La règle conjonctive normalisée produit un faible conflit pour les deux experts (experts 3 et 4) ayant à peu près la même masse sur  $\theta_2$  et un fort conflit pour les experts 1 et 2. La règle

	Experts				
	1	2	3	4	5
$\theta_1$	0.8147	0.9058	0.9134	0	0
$\theta_2$	0	0	0	0.9706	0.9572
$\theta_1 \cup \theta_2$	0.1853	0.0942	0.0866	0.0294	0.0428
Conf( $j, s$ ) avec $m_{\text{Conj}}$	0.9426	0.9615	0.9629	0.9678	0.9700
Conf( $j, s$ ) avec $m_{\text{D}}$	0.7831	0.8827	0.8916	0.9521	0.9307
Conf( $j, s$ ) avec $m_{\text{Y}}$	0.6626	0.7354	0.7413	0.7833	0.7747
Conf( $j, \mathcal{E}$ ) éq. (2.9)	0.3888	0.3903	0.3930	0.5582	0.5539
Conf( $j, s$ ) avec $m_{\text{M}}$	0.4282	0.4779	0.4826	0.6965	0.6874

Tableau 2.1 – Fonctions de masse et mesures de conflit pour cinq experts.

de Yager fournit un très faible conflit pour l'expert 6 (à forte ignorance) et un fort conflit pour l'expert 5. Les valeurs du conflit données par l'équation (2.9) sont très proches pour les 6 experts, avec le conflit le plus faible pour les experts 3 et 4. Les valeurs du conflit données par l'équation (2.10) avec la moyenne des fonctions de masse, sont faibles pour les experts 3, 4 et 6.

L'expert 5 est sûr de sa réponse  $\theta_2$ , mais les experts 3 et 4 ne sont pas sûrs. Par conséquent, le conflit de l'expert 5 peut être élevé, même s'il semble dire vrai. L'expert 6, avec beaucoup d'ignorance, peut être en faible conflit avec les autres, même si sa fonction de masse est différente, car elle n'est pas contradictoire. La distance donnée par l'équation (2.6) tient compte de la cardinalité des réponses dans son calcul de la matrice  $\underline{D}$  donnée par l'équation (2.7). De cette façon, la mesure de conflit tient également compte de la cardinalité. Nous pourrions changer ici la définition de la matrice  $\underline{D}$  et de la distance de façon à donner davantage de poids aux cardinalités élevées.

Ces mesures de conflit ici illustrées peuvent être employées pour estimer une fiabilité comme présenté dans la section suivante.

## 2.3 Estimation de la fiabilité à partir d'une mesure de conflit

### 2.3.1 Fiabilité totale

Si les sources ne sont pas fiables et lorsqu'il est possible de quantifier la fiabilité de chacune des sources, il est important de procéder à un *affaiblissement* en redéfinissant les

	Experts					
	1	2	3	4	5	6
$\theta_1$	0.7060	0.6948	0	0	0	0.1082
$\theta_2$	0	0	0.6557	0.6787	0.9340	0.1386
$\theta_1 \cup \theta_2$	0.2940	0.3052	0.3443	0.3213	0.0660	0.7532
Conf( $j, s$ ) avec $m_{\text{Conj}}$	0.7930	0.7940	0.8351	0.8368	0.8590	0.8577
Conf( $j, s$ ) avec $m_{\text{D}}$	0.8538	0.8491	0.2129	0.1997	0.5127	0.6342
Conf( $j, s$ ) avec $m_{\text{Y}}$	0.5599	0.5503	0.4680	0.4866	0.6890	0.1009
Conf( $j, \mathcal{E}$ ) éq. (2.9)	0.4482	0.4441	0.3354	0.3390	0.4551	0.4011
Conf( $j, s$ ) avec $m_{\text{M}}$	0.5151	0.5077	0.3036	0.3181	0.5186	0.3224

Tableau 2.2 – Fonctions de masse et mesures de conflit pour six experts.

fonctions de masse par :

$$\begin{cases} m_j^\alpha(X) = \alpha_j m_j(X), \forall X \in 2^\Theta \\ m_j^\alpha(\Theta) = 1 - \alpha_j(1 - m_j(\Theta)). \end{cases} \quad (2.11)$$

$\alpha_j \in [0, 1]$  est *coefficient d'affaiblissement* de la source  $S_j$  qui est alors une estimation de la fiabilité totale de l'expert  $S_j$ , éventuellement comme une fonction de  $X \in 2^\Theta$ . Dans le cas où  $\alpha_j = 0$ , la source  $S_j$  n'est pas du tout fiable, et dans ce cas toute la masse est affectée à  $\Theta$  :  $m_j(\Theta) = 1$ , ce qui représente l'ignorance totale. L'affaiblissement de la fonction de masse entraîne l'affaiblissement de la fonction de crédibilité et le renforcement de la fonction de plausibilité. Comme le soulignent Bloch (2003) et Appriou (2002), nous augmentons ainsi les intervalles  $[\text{bel}_j, \text{pl}_j]$ , et nous réduisons le conflit global lors de l'étape de combinaison. Une justification formelle de cette procédure d'affaiblissement est donnée dans Smets (1993), qui présente l'information de la fiabilité comme une source supplémentaire d'information.

D'autres procédures d'affaiblissement sont possibles telle que l'affaiblissement contextuel proposé par Mercier (2006); Mercier *et al.* (2008), ou encore une procédure d'affaiblissement fondée sur les fonctions de crédibilité et plausibilité comme proposée par Zeng et Wu (2007).

Lorsque la fiabilité des experts n'est pas connue par avance, nous pouvons chercher à l'estimer. Selon les applications telles qu'en reconnaissance des formes, il est possible d'apprendre la fiabilité des classifieurs à partir des matrices de confusion comme nous l'avons réalisé dans Martin (2005a,b,c). Prendre la moyenne pondérée de la diagonale de la matrice de confusion fournit une estimation des coefficients d'affaiblissement  $\alpha_j$ , correspondant à la fiabilité de l'expert  $S_j$ . Nous pouvons même obtenir des coefficients d'affaiblissement  $\alpha_{ij}$  correspondant à la fiabilité de l'expert  $S_j$  pour un singleton  $\theta_i$ , par simple lecture de la matrice de confusion.

Une approche générale pour l'estimation du coefficient d'affaiblissement est proposée par Elouedi *et al.* (2004). Pour une fonction de masse donnée, le coefficient d'affaiblissement est obtenu par la minimisation sur  $\alpha$  d'une distance donnée par :

$$Dist^{\alpha_j} = \sum_{X \in \Theta} (\text{betP}_j^\alpha(X) - \delta_{X,j})^2, \quad (2.12)$$

où  $\text{betP}_j$  est la probabilité pignistique (équation (1.5)) de la fonction de masse donnée par l'expert  $S_j$  affaiblie par  $\alpha$  et  $\delta_{X,j}$  constitue la connaissance que nous avons sur des données d'apprentissage. Ainsi  $\delta_{X,j} = 1$  si l'expert  $S_j$  soutient  $X$  et  $\delta_{X,j} = 0$  sinon.

Cette approche est intéressante car elle peut être systématique si nous adhérons au point de vue décisionnel de la probabilité pignistique. Cependant, si l'expert  $S_j$  ne croit pas en des singletons de  $\Theta$ , la minimisation de  $\alpha_j$  ne peut être complètement efficace.

Dans de nombreuses applications, cet apprentissage de la fiabilité n'est cependant pas envisageable. Nous avons proposé dans Martin *et al.* (2008a) une estimation de la fiabilité de chaque expert  $S_j$  à combiner à partir d'une mesure de conflit total notée  $\text{Conf}$  entre l'expert  $S_j$  et les autres experts à combiner (*cf.* équations (2.9) ou (2.10)) par :

$$\alpha_j = f(\text{Conf}(j, s)), \quad (2.13)$$

où  $f$  est une fonction décroissante. Nous pouvons retenir :

$$\alpha_j = (1 - \text{Conf}(j, s)^\lambda)^{1/\lambda}, \quad (2.14)$$

où  $\lambda > 0$ . Nous illustrons cette fonction sur la figure 2.6 pour  $\lambda = 2$  et  $\lambda = 1/2$ . Cette fonction permet de donner plus de fiabilité aux experts qui sont peu en conflit avec les autres.

D'autres définitions de fonctions  $f$  sont possibles. Le degré de crédibilité défini par Chen *et al.* (2005), également fondée sur la distance donnée par l'équation (2.6), pourrait aussi être interprété comme la fiabilité de l'expert. Cependant le degré de crédibilité est intégré directement dans la combinaison par une moyenne pondérée. La mesure de fiabilité que nous avons proposée dans Martin *et al.* (2008a) permet son utilisation pour une procédure d'affaiblissement et donc pour toutes les règles de combinaison.

Si nous reprenons l'exemple précédent donné dans le tableau 2.2, nous obtenons les valeurs correspondantes de  $\alpha_j$ , présentées dans le tableau 2.3.

Dans le cas particulier de deux experts, la mesure de conflit est directement donnée par l'équation (2.8) et le conflit est identique pour les deux experts. Ainsi, d'une part, si la mesure de conflit est élevée (*i.e.* la distance entre les deux experts est grande), la valeur de la mesure de fiabilité sera faible. Par conséquent, la procédure d'affaiblissement augmentera la masse sur l'ignorance pour les deux fonctions de masse. D'autre part, si la mesure de conflit est faible (ce qui signifie que les deux experts disent approximativement la même chose) la mesure de fiabilité sera forte. Les fonctions de masse seront alors peu affaiblies.

### 2.3.2 Fiabilité locale et conflit local

La définition d'une fiabilité locale est motivée par son intégration dans l'opérateur de combinaison, de façon à tenir compte finement de la fiabilité des informations données par les experts.

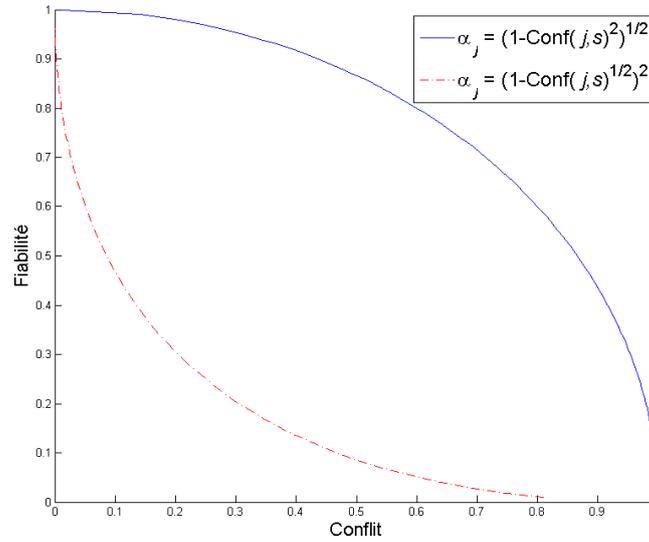


Figure 2.6 – Fiabilité d'un expert en fonction de son conflit avec les autres experts.

Afin d'estimer une fiabilité locale, nous avons donc cherché à définir une mesure de conflit local. Pour ce faire, nous avons introduit une fonction de conflit local sur les réponses des experts. Pour chaque réponse possible  $Y_j \in 2^\Theta$  de l'expert  $S_j$ ,  $j = 1, \dots, s$ , nous comptabilisons toutes les réponses des autres experts en conflit avec la réponse de l'expert  $S_j$ . Nous avons ainsi proposé dans Martin et Osswald (2007a) une fonction  $f_j$

	Experts					
	1	2	3	4	5	6
$m_{\text{Conj}}$	0.6092	0.6079	0.5501	0.5475	0.5120	0.5142
$m_{\text{D}}$	0.5206	0.5282	0.9771	0.9799	0.8586	0.7732
$m_{\text{Y}}$	0.8286	0.8350	0.8837	0.8736	0.7248	0.9949
eq. (2.9)	0.8939	0.8960	0.9421	0.9408	0.8904	0.9160
$m_{\text{M}}$	0.8571	0.8615	0.9528	0.9481	0.8550	0.9466

Tableau 2.3 – Mesure de fiabilité fondée sur les mesures de conflit, définie par l'équation (2.14) avec  $\lambda = 2$  pour 6 experts.

définie sur  $(2^\Theta)^s$  et à valeur dans  $\left[0, \frac{1}{s}\right]$  par :

$$f_j(Y_1, \dots, Y_s) = \frac{\sum_{j'=1}^s \mathbb{1}_{\{\emptyset\}}(Y_{j'} \cap Y_j)}{s(s-1)}, \quad (2.15)$$

où

$$\mathbb{1}_A(a) = \begin{cases} 1, & \text{si } a \in A \\ 0, & \text{sinon.} \end{cases} \quad (2.16)$$

Notons que ce conflit local est différent du conflit partiel qui est défini par le produit des masses des éléments focaux en conflit ( $\cap_{j=1}^s Y_j = \emptyset$ ). Rappelons encore que le conflit global est la somme des conflits partiels.

Nous pouvons alors définir un coefficient d'affaiblissement  $\alpha$  dépendant des réponses des experts tel que :

$$\alpha(Y_1, \dots, Y_s) = 1 - \sum_{j=1}^s f_j(Y_1, \dots, Y_s). \quad (2.17)$$

Dans ce cas  $\alpha \in [0, 1]$  et représente une fiabilité locale des réponses de tous les experts ou encore un degré de non-conflit entre tous les experts pour un vecteur de réponses possible.

Nous pouvons également définir une fiabilité locale d'un expert  $S_j$  à partir d'un degré de conflit (ou non-conflit) d'un expert  $S_j$  avec les autres, en considérant chaque réponse des autres experts. Nous définissons donc une fonction de non-conflit local donnée pour chaque expert  $S_j$  par le nombre d'experts dont la réponse n'est pas en conflit avec celle de l'expert  $S_j$ . Nous pouvons alors choisir  $\alpha_j(Y_1, \dots, Y_s)$  défini sur  $(2^\Theta)^s$  et à valeurs dans  $\left[0, \frac{1}{s}\right]$  par :

$$\begin{aligned} \alpha_j(Y_1, \dots, Y_s) &= \frac{1}{s} - f_j(Y_1, \dots, Y_s) \\ &= \frac{\sum_{j'=1, j' \neq j}^s \mathbb{1}_{\{\emptyset\}^c}(Y_{j'} \cap Y_j)}{s(s-1)}. \end{aligned} \quad (2.18)$$

Ces fiabilités locales ont été introduites dans Martin et Osswald (2007a); Martin (2009b) de façon à intégrer finement le conflit entre les réponses des experts dans la combinaison. Nous détaillons ceci dans la section 3.3 du chapitre suivant.

## 2.4 Décision sur des informations conflictuelles

Habituellement, telle que présentée par Denœux (1997a) et Smets (2005b), la décision est prise sur les singletons du cadre de discernement, même si l'approche proposée par Denœux (1997a) permet une décision sur des ensembles de classes. En effet, les fonctions de crédibilité, plausibilité et probabilité pignistique sont des fonctions de décision  $f_d$  croissantes avec l'inclusion ( $A \subset B$  implique  $f_d(A) \leq f_d(B)$ ).

### 2.4.1 Processus de décision

Il est cependant possible de prendre une décision sur les unions de singletons en pondérant ces fonctions de décision par une fonction d'utilité dépendant de la cardinalité des éléments. Appriou (2005) considère ainsi les fonctions de plausibilité permettant de décider n'importe quel élément de  $2^\Theta$  et non plus seulement les singletons comme précédemment. Nous allons donc choisir l'élément  $A \in 2^\Theta$  si :

$$A = \operatorname{argmax}_{X \in 2^\Theta} (m_d(X) \operatorname{pl}(X)), \quad (2.19)$$

où  $m_d$  est une masse définie par :

$$m_d(X) = K_d \lambda_X \left( \frac{1}{|X|^r} \right), \quad (2.20)$$

$r$  est un paramètre appartenant à  $[0, 1]$  permettant de choisir une décision allant du choix d'un singleton ( $r = 1$ ) à l'indécision totale ( $r = 0$ ). La valeur  $\lambda_X$  permet d'intégrer le manque de connaissance sur l'un des éléments  $X$  de  $2^\Theta$ . La constante  $K_d$  est un facteur de normalisation qui garantit la condition de l'équation (1.1). Cette approche est envisageable également avec les fonctions de crédibilité ou probabilité pignistique.

Si nous souhaitons autoriser le rejet d'une partie des données comme n'appartenant pas à l'ensemble des classes possibles, de nombreuses approches en reconnaissance de forme sont envisageables (*cf.* Frélicot et Mascarilla (2004)). Dans le cadre des fonctions de croyance, une décision pessimiste est préférable. Le critère proposé par Le Hégarat-Masclé *et al.* (1997), consiste à choisir la classe  $\theta_d$  si :

$$\begin{cases} \operatorname{bel}(\theta_d) = \max_{1 \leq i \leq n} \operatorname{bel}(\theta_i), \\ \operatorname{bel}(\theta_d) \geq \operatorname{bel}(\theta_d^c). \end{cases} \quad (2.21)$$

L'ajout de cette seconde condition par rapport au maximum de crédibilité, permet de ne prendre une décision que si celle-ci est non ambiguë, c'est-à-dire si nous croyons plus en la classe  $\theta_d$  qu'en son contraire. Notons que ce critère repose sur la mesure de doute introduite par Shafer (1976) et définie pour un élément  $A \in 2^\Theta$  par  $\operatorname{bel}(A^c)$ .

Dans Martin et Quidu (2008), nous avons proposé une stratégie permettant à la fois de prendre une décision sur une union de classes (*i.e.* lorsque l'indécision est grande et que nous ne pouvons décider entre deux classes particulières) et de ne pas prendre de décision lorsque notre croyance en un singleton est trop faible. Cette règle de décision est donc composée de deux étapes :

1. la règle de décision du maximum de crédibilité avec rejet définie par l'équation (2.21) est appliquée afin de déterminer les éléments n'appartenant pas aux classes apprises.
2. la règle de décision de l'équation (2.19) est ensuite appliquée aux éléments non rejetés.

Une autre approche possible serait d'appliquer la règle de décision de l'équation (2.19), puis la règle de décision du maximum de crédibilité avec rejet sur les éléments imprécis classés sur les unions.

L'extension de la DSMT permet de considérer des informations conflictuelles dans le sens où l'intersection d'éléments du cadre de discernement  $\Theta$  n'est pas nécessairement vide. Dans Martin (2008) nous avons proposé une façon d'étendre le processus précédent de rejet et de prise de décision sur des éléments autres que les singletons dans  $D_r^\Theta$ .

Le critère proposé par Le Hégarat-Masclé *et al.* (1997) peut difficilement s'étendre dans  $D_r^\Theta$  puisque  $D_r^\Theta$  n'est pas fermé par le passage au complémentaire. Il est toutefois possible de rejeter une partie des données considérées sur  $2^\Theta$  (typiquement les singletons), puis de prendre une décision sur  $D_r^\Theta$  pour les données restantes. L'approche proposée par Appriou (2005) étendue à  $D_r^\Theta$  permet de prendre une décision sur n'importe quel élément de  $D_r^\Theta$  tenant compte à la fois de la fonction de masse et de la cardinalité. Nous choisissons alors l'élément  $A \in D_r^\Theta$  pour une observation si :

$$A = \operatorname{argmax}_{X \in D_r^\Theta} (m_d(X) f_d(X)), \quad (2.22)$$

où  $f_d$  est la fonction de décision retenue (crédibilité, plausibilité, probabilité pignistique, ...) et  $m_d$  est la fonction de masse définie par :

$$m_d(X) = K_d \lambda_X \left( \frac{1}{\mathcal{C}_{\mathcal{M}}(X)^r} \right), \quad (2.23)$$

$\mathcal{C}_{\mathcal{M}}(X)$  est la cardinalité de  $X$ ,  $r$  est toujours un paramètre dans  $[0, 1]$  permettant à présent une décision de l'intersection de tous les singletons ( $r = 1$ ) (à la place des singletons dans  $2^\Theta$ ) jusqu'à l'indécision totale  $\Theta$  ( $r = 0$ ).  $\lambda_X$  et  $K_d$  sont définis comme précédemment. Sans contrainte sur  $D^\Theta$ , tous les éléments focaux contiennent l'intersection des singletons. Il ne faut donc pas choisir la plausibilité pour  $f_d$ .

## 2.4.2 Décision selon la cardinalité

La décision peut être envisagée sur tout sous-ensemble de  $D_r^\Theta$ , noté  $\mathcal{D}$ , et l'équation (2.22) devient simplement :

$$A = \operatorname{argmax}_{X \in \mathcal{D}} (m_d(X) f_d(X)). \quad (2.24)$$

En particulier ce sous-ensemble peut être défini en fonction de la cardinalité attendue des éléments de décision. Les figures 2.7 et 2.8 montrent que différents types d'éléments (tels que les singletons, les unions d'intersections ou intersections d'unions) possèdent la même cardinalité. De plus, la figure 2.9 montre bien le rôle central joué par les singletons dans  $D_r^\Theta$  (la cardinalité des singletons pour  $|\Theta|=5$  est 16), mais aussi qu'il existe beaucoup d'autres éléments (619) ayant exactement la même cardinalité.

Il peut donc être intéressant de préciser la spécificité directement par la cardinalité (ou un intervalle de cardinalités) des éléments, sur lesquels nous souhaitons prendre une décision. C'est le rôle de  $r$  dans l'approche d'Appriou (2005). Nous décidons alors de l'élément  $A$  si :

$$A = \operatorname{argmax}_{X \in \mathcal{S}} f_d(X), \quad (2.25)$$

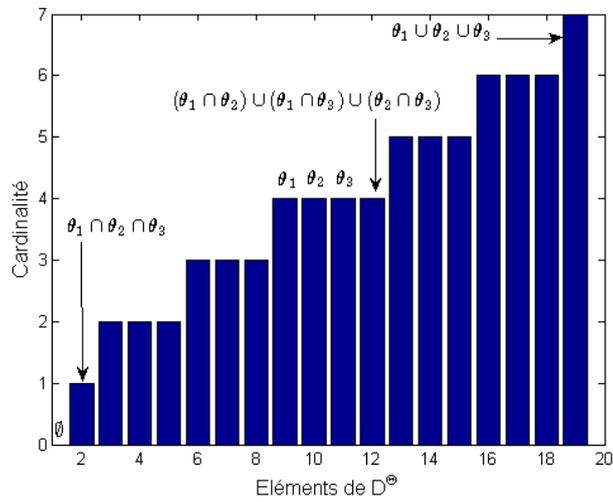


Figure 2.7 – Cardinalité  $\mathcal{C}_M(X)$ ,  $\forall X \in D^\Theta$  avec  $|\Theta| = 3$ .

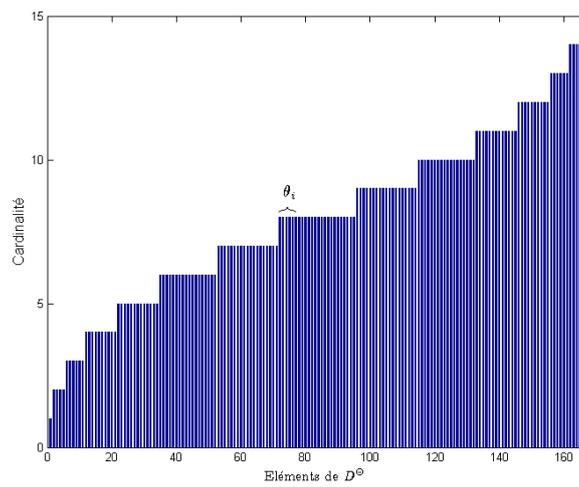


Figure 2.8 – Cardinalité  $\mathcal{C}_M(X)$ ,  $\forall X \in D^\Theta$  avec  $|\Theta| = 4$ .

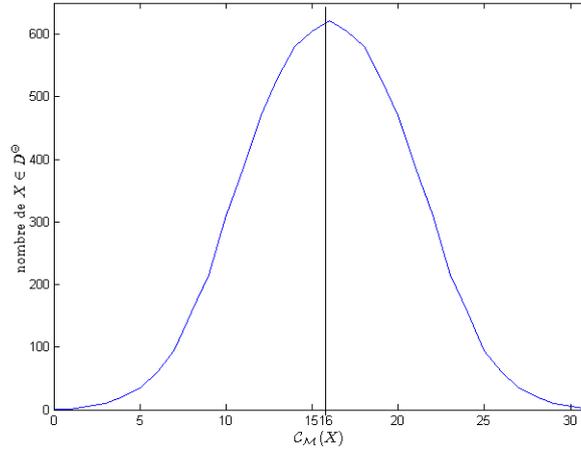


Figure 2.9 – Nombre d’éléments de  $D^\Theta$  avec  $|\Theta| = 5$ , pour une cardinalité donnée.

où  $f_d$  est la fonction de décision retenue (qui sera la fonction de décision pondérée par la masse donnée par l’équation (2.23) dans le cas d’un intervalle de cardinalités) et

$$\mathcal{S} = \left\{ X \in D_r^\Theta; \min_{\mathcal{S}} \leq \mathcal{C}_M(X) \leq \max_{\mathcal{S}} \right\}, \quad (2.26)$$

avec  $\min_{\mathcal{S}}$  et  $\max_{\mathcal{S}}$  respectivement le minimum et maximum de la cardinalité attendue.

Nous avons appliqué ces approches de décision pour la caractérisation des fonds marins à partir d’images issues d’un sonar latéral dans Martin et Quidu (2008) et Martin (2008). Nous reprenons cette application dans le chapitre 6.

## 2.5 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons discuté des mesures de conflit dans la théorie des fonctions de croyance. Nous avons ainsi mis en évidence que la masse sur l’ensemble vide issu de la combinaison conjonctive est trop souvent prise comme une mesure de conflit. Il faut en effet la relativiser avec l’auto-conflit. Fort de ce constat, nous avons proposé des mesures de conflit correspondant davantage à la définition du conflit que nous nous sommes posée. Nous pouvons ainsi distinguer des mesures de conflit entre les sources (conflit total) et entre les informations produites par les sources (conflit local). À partir de ces différentes mesures, nous pouvons estimer des fiabilités globales et locales sous l’hypothèse que plus de la moitié des sources est fiable. Dans le chapitre 3 suivant nous intégrons ces estimations de la fiabilité dans la combinaison au lieu de chercher à affaiblir les fonctions de masse avant de combiner, ce qui reste également une utilisation de ces estimations.

Nous avons également montré comment nous pouvons réaliser l’étape de décision en cherchant à révéler des informations qui semblent conflictuelles. À la section 6.2 nous présentons l’intérêt d’une telle approche pour une application concrète de classification d’images texturées.

Après avoir modélisé le conflit, nous présentons dans le chapitre suivant comment en tenir compte au mieux lors de l’étape de combinaison.

# Chapitre 3

## Gestion du conflit lors de la combinaison des fonctions de masse

### Sommaire

---

<b>3.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>26</b>
<b>3.2</b>	<b>Opérateurs et répartition du conflit</b>	<b>27</b>
<b>3.3</b>	<b>Gestion du conflit</b>	<b>30</b>
3.3.1	Une règle de combinaison répartissant le conflit partiel	30
3.3.2	Prise en compte de la fiabilité et de la spécificité	33
<b>3.4</b>	<b>Discussion</b>	<b>41</b>

---

*Dans ce chapitre, nous revenons sur le problème largement abordé de la gestion du conflit lors de la combinaison dans la théorie des fonctions de croyance. Nous rappelons ainsi les différentes règles qui ont vu le jour sous l'impulsion du contre-exemple de Zadeh (1984) exhibant le conflit global comme particulièrement gênant. À la lumière des considérations du chapitre précédent, nous présentons différentes règles permettant la gestion fine du conflit, mais intégrant également la fiabilité et la spécificité, très liées au conflit.*

### 3.1 Introduction

Les experts pouvant s'exprimer sur  $2^\Theta$  ou  $D_r^\Theta$  (s'ils ne sont ni sûrs ni précis), l'apparition de conflit est inévitable. Comme nous l'avons vu au chapitre 2 précédent, lorsque la fiabilité des sources est connue ou peut être estimée, une approche consiste à affaiblir les masses selon cette fiabilité et ainsi réduire ou supprimer le conflit avant combinaison. Il peut cependant être intéressant de chercher à gérer le conflit lors de la combinaison des fonctions de masse, plutôt que de le supprimer avant.

De plus, la règle orthogonale normalisée (équation (1.6)) ou non (équation (1.7)) n'est pas idempotente ( $m \oplus m \neq m$ ). C'est ce qui nous a poussé à définir la notion d'auto-conflit (cf. chapitre 2). La combinaison de deux fonctions de masse identiques produit donc en général un conflit global non nul.

Dans la règle orthogonale normalisée, initialement proposée par Dempster (1967), la répartition du conflit global se fait de manière uniforme lors de la combinaison. Nous avons pour tout  $X \in 2^\Theta$ ,  $X \neq \emptyset$  :

$$m_D(X) = \frac{1}{1 - m_{\text{Conj}}(\emptyset)} \sum_{Y_1 \cap \dots \cap Y_s = X} \prod_{j=1}^s m_j(Y_j) = \frac{m_{\text{Conj}}(X)}{1 - m_{\text{Conj}}(\emptyset)}, \quad (3.1)$$

où  $Y_j \in 2^\Theta$  est la réponse de l'expert  $S_j$ , et  $m_j(Y_j)$  la fonction de masse associée. Cette normalisation par  $1 - m_{\text{Conj}}(\emptyset)$  masque donc le conflit global et n'est donc intéressante qu'en monde fermé pour la combinaison de sources non conflictuelles.

Smets et Kennes (1994), dans le modèle de croyance transférable, ne répartissent le conflit établi sur l'ensemble vide lors de la combinaison qu'à l'étape de décision en prenant le maximum de la probabilité pignistique. Ils multiplient toutes les masses par  $\frac{1}{1 - m_{\text{Conj}}(\emptyset)}$  (cf. équation (1.5)). Ce critère de décision présente un compromis entre une décision pessimiste par le maximum de crédibilité et une décision optimiste par le maximum de plausibilité, aussi bien en monde ouvert qu'en monde fermé. Mais ces trois critères produisent la même décision que la normalisation soit effectuée lors de l'étape de combinaison ou bien lors de la décision.

Il y a plusieurs façons d'aborder ce conflit global lors de la combinaison. La première est de le supprimer complètement *via* une combinaison disjonctive, initialement proposée par Dubois et Prade (1986). Elle est donnée pour tout  $X \in 2^\Theta$  par :

$$m_{\text{Dis}}(X) = \sum_{Y_1 \cup \dots \cup Y_s = X} \prod_{j=1}^s m_j(Y_j). \quad (3.2)$$

L'hypothèse faite ici est que l'un des experts est fiable, à la différence des règles de type conjonctif où tous les experts doivent être fiables. Cette règle est en pratique peu employée car elle élargit les éléments focaux et perd donc en spécificité. Elle peut être intéressante pour des problématiques de calculs garantis, si nous ne connaissons ni la fiabilité des sources, ni leur ambiguïté et imprécision.

Dans le cas d'un manque d'exhaustivité des sources, l'hypothèse de monde fermé est fautive. Une approche classique en reconnaissance de forme est la technique du *hedging* qui consiste à ajouter un élément au cadre de discernement. Le conflit global est alors pris

comme un élément possible de décision. Une autre façon est de rester en monde ouvert avec la règle conjonctive comme le suggère Smets (1990b).

Nous avons vu qu'une part du conflit global, qui peut être importante selon les fonctions de masse mises en jeu, provient de l'auto-conflit. Une façon de supprimer cet auto-conflit dû à la non-idempotence des opérateurs de combinaison est de proposer un opérateur idempotent. La façon la plus simple d'obtenir un opérateur idempotent est de prendre la moyenne des fonctions de masses tel que dans Murphy (2000) :

$$m_M(X) = \frac{1}{s} \sum_{j=1}^s m_j(X). \quad (3.3)$$

Nous avons montré l'intérêt d'un tel opérateur dans Osswald et Martin (2006), mais il faut alors faire une confiance totale dans toute l'information fournie par les sources, ce qui en cas de fort conflit entre les sources peut conduire à des décisions erronées. Dencœux (2006) a introduit un ensemble d'opérateurs idempotents à partir des poids issus de la décomposition canonique des fonctions de masse non-dogmatiques dont l'écriture a été introduite par Smets (1995). Dencœux (2008) montre ainsi différents comportements hardis ou prudents de ces opérateurs. Faux et Luthon (2007) montrent qu'un opérateur prudent peut être efficace dans le cas de données fortement corrélées d'une application de reconnaissance sur séquences vidéo. Cependant, pour des données non corrélées, ces opérateurs sont peu performants.

Néanmoins, depuis le problème posé par Zadeh (1984), que nous reprendrons plus loin, de nombreuses règles de combinaison ont été proposées afin de répartir le conflit. Citons sans être exhaustif : Yager (1987); Dubois et Prade (1988); Smets (1990a); Inagaki (1991); Zhang (1994); Smets (1997); Lefevre *et al.* (2002); Jøsang *et al.* (2003); Daniel (2004); Smarandache et Dezert (2005); Florea *et al.* (2006); Smarandache *et al.* (2009). Notons que Smets (2007) en fait un état de l'art assez complet.

Nous reprenons quelques-uns de ces opérateurs dans la section suivante avant de décrire plusieurs approches que nous avons proposées pour la gestion du conflit lors de la combinaison dans la section 3.3. Nous détaillons ainsi tout d'abord une règle répartissant le conflit partiel, puis intégrant les fiabilités locales introduites à la section 2.3.2 et la spécificité des réponses des experts.

## 3.2 Opérateurs et répartition du conflit

La gestion du conflit peut cependant être réalisée lors de la combinaison de manière différente que dans le cas de la règle orthogonale normalisée, comme nous le verrons en rappelant l'exemple de Zadeh (1984). Ainsi, Yager (1987) répartit le conflit global sur l'ignorance totale (*i.e.* sur la masse de  $\Theta$ ) afin de rester en monde fermé et considère que nous ne savons rien en cas de conflit. La règle de combinaison de Yager (1987) est alors donnée par :

$$\begin{aligned} m_Y(X) &= m_{\text{Conj}}(X), \forall X \in 2^\Theta, X \neq \emptyset, X \neq \Theta \\ m_Y(\Theta) &= m_{\text{Conj}}(\Theta) + m_{\text{Conj}}(\emptyset) \\ m_Y(\emptyset) &= 0. \end{aligned} \quad (3.4)$$

Dans la plupart des applications, nous cherchons à prendre une décision sur les singletons et non sur l'ensemble  $2^\Theta$ , en appliquant par exemple la décision du maximum de probabilité pignistique. Le problème soulevé par Zadeh (1984) (*cf.* tableau 3.1) lors d'un fort conflit n'est donc pas résolu, et la décision sur les singletons reste  $\theta_3$ . Notons que Haenni (2005) ne voit pas là un contre-exemple pour la règle de Dempster.

	$\emptyset$	$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta_3$	$\Theta$	Décision
$m_1$	0	0.9	0	0.1	0	$\theta_1$
$m_2$	0	0	0.9	0.1	0	$\theta_2$
$m_D$	0	0	0	1	0	$\theta_3$
$m_{\text{Conj}}$	0.99	0	0	0.01	0	$\theta_3$
$m_Y$	0	0	0	0.01	0.99	$\theta_3$

Tableau 3.1 – Exemple de Zadeh (1984).

Dubois et Prade (1988) ont proposé une gestion plus fine du conflit en répartissant le conflit partiel (par exemple issu uniquement de deux sources, l'une annonçant  $\theta_1$  et l'autre  $\theta_2$ ) sur les ignorances partielles (c'est-à-dire ici  $\theta_1 \cup \theta_2$ ). Cette règle de combinaison de Dubois et Prade (1988) est donnée pour tout  $X \in 2^\Theta$ ,  $X \neq \emptyset$  par :

$$m_{\text{DP}}(X) = \sum_{Y_1 \cap \dots \cap Y_s = X} \prod_{j=1}^s m_j(Y_j) + \sum_{\substack{Y_1 \cup \dots \cup Y_s = X \\ Y_1 \cap \dots \cap Y_s = \emptyset}} \prod_{j=1}^s m_j(Y_j), \quad (3.5)$$

où  $Y_j \in 2^\Theta$  est un élément focal de l'expert  $S_j$ , et  $m_j(Y_j)$  la fonction de masse associée. Si nous reprenons l'exemple de Zadeh (1984), nous obtenons les résultats donnés dans le tableau 3.2.

	$\emptyset$	$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta_1 \cup \theta_2$	$\theta_3$	$\theta_1 \cup \theta_3$	$\theta_2 \cup \theta_3$	$\Theta$	Décision
$m_{\text{DP}}$	0	0	0	0.81	0.01	0.09	0.09	0	$\theta_3$
$\text{bel}_{\text{DP}}$	0	0	0	0.81	0.01	0.1	0.1	1	$\theta_3$
$\text{pl}_{\text{DP}}$	0	0.9	0.9	0.99	0.19	1	1	1	$\theta_1$ ou $\theta_2$
$\text{betP}_{\text{DP}}$	0	0.45	0.45	0.9	0.1	0.55	0.55	1	$\theta_1$ ou $\theta_2$

Tableau 3.2 – Exemple de Zadeh (1984) avec la règle de Dubois et Prade (1988).

Avec le maximum de probabilité pignistique ou de la plausibilité, nous choisissons donc  $\theta_1$  ou  $\theta_2$  sans pouvoir les distinguer à cause de l'égalité des masses données par les différents experts sur  $\theta_1$  et  $\theta_2$ . Si ces masses sont différentes une prise de décision univoque est alors possible, comme l'illustre l'exemple choisi et donné par le tableau 3.3.

	$\emptyset$	$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta_1 \cup \theta_2$	$\theta_3$	$\theta_1 \cup \theta_3$	$\theta_2 \cup \theta_3$	$\Theta$	Décision
$m_1$	0	0.5421	0.2953	0	0.0924	0	0	0.0702	
$m_2$	0	0.2022	0.6891	0	0.0084	0	0	0.1003	
$m_{DP}$	0	0.1782	0.2815	0.4333	0.0106	0.0233	0.0662	0.007	$\theta_2$
$bel_{DP}$	0	0.1782	0.2815	0.8929	0.0106	0.2120	0.3583	1	$\theta_2$
$pl_{DP}$	0	0.6417	0.7880	0.9894	0.1071	0.7185	0.8218	1	$\theta_2$
$betP_{DP}$	0	0.4088	0.5335	0.9423	0.0577	0.4665	0.5912	1	$\theta_2$

Tableau 3.3 – Exemple modifié de Zadeh (1984) avec la règle de Dubois et Prade (1988).

Sur cet exemple la décision prise sur les singletons sera donc la classe  $\theta_2$ , par le maximum de plausibilité, de crédibilité ou de probabilité pignistique sur les singletons.

Inagaki (1991) et Lefevre *et al.* (2002, 2003) ont proposé une manière générale d'écrire la répartition du conflit qui peut s'écrire :

$$m_c(X) = m_{Conj}(X) + w(X)m_{Conj}(\emptyset), \quad (3.6)$$

où  $\sum_{X \in 2^\Theta} w(X) = 1$ . Toutes les règles précédentes peuvent être vues comme un cas particulier de celle-ci, la difficulté étant le choix des poids  $w(X)$ . De plus, cette règle ne fait pas une gestion fine des conflits partiels, tels qu'ils sont considérés dans la règle de Dubois et Prade (1988), même s'il est toujours possible d'en tenir compte selon la définition des poids  $w(X)$ .

À notre connaissance, les seules règles répartissant les conflits partiels sur les éléments dont la combinaison crée le conflit, sont la règle du *minC* proposée par Daniel (2004) et celles proposées par Smarandache et Dezert (2005); Florea *et al.* (2006); Yamada (2008). Ces règles peuvent également être vues comme des cas particuliers de la répartition du conflit total de l'équation (3.6) avec des poids choisis de manière adéquate. La règle la plus aboutie de Dezert et Smarandache est la PCR5<sup>1</sup> donnée pour 2 experts par :

$$m_{PCR5}(X) = m_{12}(X) + \sum_{\substack{Y \in 2^\Theta, \\ X \cap Y = \emptyset}} \left( \frac{m_1(X)^2 m_2(Y)}{m_1(X) + m_2(Y)} + \frac{m_2(X)^2 m_1(Y)}{m_2(X) + m_1(Y)} \right), \quad (3.7)$$

où  $m_{12}(\cdot)$  est la combinaison conjonctive pour deux experts, et le dénominateur est non nul.

L'extension à  $s$  experts proposée par Dezert et Smarandache peut s'écrire :

<sup>1</sup>l'acronyme PCR est donné pour *Proportional Conflict Redistribution*

$$\begin{aligned}
m_{\text{PCR5}}(X) &= m_{\text{Conj}}(X) \\
&+ \sum_{j=1}^s m_j(X) \sum_{\substack{\bigcap_{j'=1}^{s-1} Y_{\sigma_j(j')} \cap X = \emptyset \\ (Y_{\sigma_j(1)}, \dots, Y_{\sigma_j(s-1)}) \in (2^\Theta)^{s-1}}} \frac{\left( \prod_{j'=1}^{s-1} m_{\sigma_j(j')}(Y_{\sigma_j(j')}) \chi(j' > j, 0) \right) \prod_{Y_{\sigma_j(j')}=X} m_{\sigma_j(j')}(Y_{\sigma_j(j')})}{\sum_{Y_{\sigma_j(j')}=Z} \prod (m_{\sigma_j(j')}(Y_{\sigma_j(j')}) \cdot \chi(X=Z, m_j(X)))}, \quad (3.8)
\end{aligned}$$

où  $\sigma_j$  prend des valeurs de 1 à  $s$  selon  $j$  :

$$\begin{cases} \sigma_j(j') = j' & \text{si } j' < j, \\ \sigma_j(j') = j' + 1 & \text{si } j' \geq j, \end{cases} \quad (3.9)$$

et :

$$\begin{cases} \chi(B, x) = x & \text{si } B \text{ est vraie,} \\ \chi(B, x) = 1 & \text{si } B \text{ est fausse.} \end{cases} \quad (3.10)$$

Si nous reprenons l'exemple de Zadeh (1984), cette règle donne :

$$m_{\text{PCR5}}(\theta_1) = 0.486, \quad m_{\text{PCR5}}(\theta_2) = 0.486, \quad m_{\text{PCR5}}(\theta_3) = 0.028. \quad (3.11)$$

L'égalité des masses sur  $\theta_1$  et  $\theta_2$  provient des masses initiales des deux experts. Pour lever l'indétermination il suffit d'une légère différence entre les deux experts.

### 3.3 Gestion du conflit

#### 3.3.1 Une règle de combinaison répartissant le conflit partiel

La règle précédente (équation (3.8)) n'est pas toujours satisfaisante comme nous le montrons dans les considérations ci-dessous. C'est la raison pour laquelle, nous avons proposé dans Martin et Osswald (2006b,c, 2007b), une autre extension à  $s$  experts (équivalente dans le cas de deux experts) nommée PCR6 :

$$\begin{aligned}
m_{\text{PCR6}}(X) &= m_{\text{Conj}}(X) \\
&+ \sum_{j=1}^s m_j(X)^2 \sum_{\substack{\bigcap_{j'=1}^{s-1} Y_{\sigma_j(j')} \cap X = \emptyset \\ (Y_{\sigma_j(1)}, \dots, Y_{\sigma_j(s-1)}) \in (2^\Theta)^{s-1}}} \left( \frac{\prod_{j'=1}^{s-1} m_{\sigma_j(j')}(Y_{\sigma_j(j')})}{m_j(X) + \sum_{j'=1}^{s-1} m_{\sigma_j(j')}(Y_{\sigma_j(j')})} \right), \quad (3.12)
\end{aligned}$$

où  $\sigma$  est défini par l'équation (3.9).

Nous pouvons proposer deux règles encore plus générales données par :

$$m_{\text{PCR6}_f}(X) = m_c(X) + \sum_{j=1}^s m_j(X) f(m_j(X)) \cdot \sum_{\substack{(Y_1, \dots, Y_{s-1}) \in (2^\Theta)^{s-1} \setminus \{X^{s-1}\} \\ \cap_{j'=1}^{s-1} Y_{\sigma_j(j')} \cap X = \emptyset}} \frac{\prod_{j'=1}^{s-1} m_{\sigma_j(j')}(Y_{\sigma_j(j')})}{f(m_j(X)) + \sum_{j'=1}^{s-1} f(m_{\sigma_j(j')}(Y_{\sigma_j(j')}))}, \quad (3.13)$$

avec les mêmes notations que dans l'équation (3.12), et  $f$  est une fonction croissante définie sur  $]0, 1]$  et à valeurs dans  $\mathbb{R}^{+*}$ .

$$m_{\text{PCR6}_g}(X) = m_c(X) + \sum_{j=1}^s m_j(X) g(m_j(X)) \cdot \sum_{\substack{(Y_1, \dots, Y_{s-1}) \in (2^\Theta)^{s-1} \setminus \{X^{s-1}\} \\ \cap_{j'=1}^{s-1} Y_{\sigma_j(j')} \cap X = \emptyset}} \frac{\prod_{j'=1}^{s-1} m_{\sigma_j(j')}(Y_{\sigma_j(j')})}{g\left(m_j(X) + \sum_{j'=1}^{s-1} m_{\sigma_j(j')}(Y_{\sigma_j(j')})\right)}, \quad (3.14)$$

avec les mêmes notations que dans l'équation (3.12), et  $g$  est une fonction croissante définie sur  $]0, 1]$  et à valeurs dans  $\mathbb{R}^{+*}$ .

Par exemple,  $f(y) = g(y) = y^\nu$ , avec  $\nu \in \mathbb{R}^+$ . Sur ces deux dernières règles, la difficulté du choix de la fonction  $f$  ou  $g$  s'apparente à celle du choix des poids dans l'équation (3.6).

### Remarques sur la PCR6

- Le problème principal des règles de redistribution du conflit est peut-être la non-associativité. Prenons l'exemple de trois experts et de deux classes donné par le tableau 3.4.

	$\emptyset$	$\theta_1$	$\theta_2$	$\Theta$
Expert 1	0	1	0	0
Expert 2	0	0	1	0
Expert 3	0	0	1	0

Tableau 3.4 – Exemple de conflit entre trois experts.

En fusionnant l'expert 1 et 2 puis l'expert 3, la règle donne :

$$m_{12}(\theta_1) = 0.5, \quad m_{12}(\theta_2) = 0.5, \quad (3.15)$$

et

$$m_{(12)3}(\theta_1) = 0.25, \quad m_{(12)3}(\theta_2) = 0.75. \quad (3.16)$$

Maintenant, si nous fusionnons l'expert 2 et 3 puis l'expert 1, la règle donne :

$$m_{23}(\theta_1) = 0, \quad m_{23}(\theta_2) = 1, \quad (3.17)$$

et

$$m_{(12)3}(\theta_1) = 0.5, \quad m_{(12)3}(\theta_2) = 0.5. \quad (3.18)$$

Le résultat est ainsi bien différent.

De plus, avec l'équation (3.8) nous obtenons :

$$m_{(123)}(\theta_1) = 1/2, \quad m_{(123)}(\theta_2) = 1/2, \quad (3.19)$$

et avec la règle PCR6 nous obtenons :

$$m_{(123)}(\theta_1) = 1/3, \quad m_{(123)}(\theta_2) = 2/3, \quad (3.20)$$

qui est un résultat plus intuitif.

L'associativité peut être importante en fusion dynamique. Toutefois, lors de la fusion dynamique, il est courant d'affaiblir les masses afin de tenir compte plus faiblement des avis des experts s'étant exprimés il y a longtemps. La PCR6 le fait naturellement, certes sans avoir le choix des poids d'affaiblissement, mais un affaiblissement avant la combinaison est toujours possible.

- Le conflit global n'est pas seulement redistribué sur les singletons. En effet, prenons par exemple trois experts décrit par le tableau 3.5.

	$\theta_1 \cup \theta_2$	$\theta_2 \cup \theta_3$	$\theta_1 \cup \theta_3$	$\Theta$
Expert 1	0.7	0	0	0.3
Expert 2	0	0	0.6	0.4
Expert 3	0	0.5	0	0.5

Tableau 3.5 – Exemple de conflit entre trois experts sur des unions.

Le conflit global est ici donné par  $0.7 \times 0.6 \times 0.5 = 0.21$ , avec la règle PCR6 nous obtenons :

$$\begin{aligned}
 m_{(123)}(\theta_1) &= 0.21, \\
 m_{(123)}(\theta_2) &= 0.14, \\
 m_{(123)}(\theta_3) &= 0.09, \\
 m_{(123)}(\theta_1 \cup \theta_2) &= 0.14 + 0.21 \cdot \frac{7}{18} \simeq 0.222, \\
 m_{(123)}(\theta_2 \cup \theta_3) &= 0.06 + 0.21 \cdot \frac{6}{18} = 0.13, \\
 m_{(123)}(\theta_1 \cup \theta_3) &= 0.09 + 0.21 \cdot \frac{5}{18} \simeq 0.147, \\
 m_{(123)}(\Theta) &= 0.06.
 \end{aligned} \quad (3.21)$$

Nous obtenons ainsi la classe  $\theta_1$  quel que soit le critère de décision (voir tableau 3.6).

	$\emptyset$	$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta_1 \cup \theta_2$	$\theta_3$	$\theta_1 \cup \theta_3$	$\theta_2 \cup \theta_3$	$\Theta$
$m_{(123)}$	0	0.21	0.14	0.2217	0.09	0.1483	0.13	0.06
$bel_{(123)}$	0	0.21	0.14	0.5717	0.09	0.4483	0.36	1
$pl_{(123)}$	0	0.64	0.5517	0.91	0.4283	0.86	0.79	1
$betP_{(123)}$	0	0.415	0.3358	0.7508	0.2492	0.6642	0.585	1

Tableau 3.6 – Résultat de combinaison simultanée des trois experts avec la PCR6.

	$\emptyset$	$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta_1 \cup \theta_2$	$\theta_3$	$\theta_1 \cup \theta_3$	$\theta_2 \cup \theta_3$	$\Theta$
$m_1$	0	0.5421	0.2953	0	0.0924	0	0	0.0702
$m_2$	0	0.2022	0.6891	0	0.0084	0	0	0.1003
$m_{PCR6}$	0	0.5421	0.2953	0	0.0924	0	0	0.0702
$bel_{PCR6}$	0	0.5421	0.2953	0.8374	0.0924	0.6345	0.3877	1
$pl_{PCR6}$	0	0.6123	0.3655	0.9076	0.1626	0.7047	0.4579	1
$betP_{PCR6}$	0	0.5655	0.3187	0.8842	0.1158	0.6813	0.4345	1

Tableau 3.7 – Résultat sur l'exemple de Zadeh (1984) modifié avec la PCR6.

- La PCR6 apporte des décisions qui peuvent être différentes des autres règles de combinaison répartissant le conflit. Reprenons l'exemple précédent dans le tableau 3.7.

Sur cet exemple la classe retenue par la PCR6 sera donc la classe  $\theta_1$ , contrairement à la règle de combinaison de Dubois et Prade (1988) (équation (3.5)) qui donne la classe  $\theta_2$ . En dehors des considérations philosophiques sur l'intérêt de reporter les conflits partiels sur les ignorances partielles puis sur les singletons lors de l'étape de décision ou l'intérêt de reporter ceux-ci directement sur les singletons lors de l'étape de combinaison, ce qui importe est la règle donnant les meilleures performances. L'exemple précédent montre qu'il existe des situations dans lesquelles la décision est différente sans pour autant qu'il soit possible de dire quelle règle est la meilleure. Pour ce faire nous avons étudié le comportement de ces règles dans le cadre de deux applications où la réalité est supposée connue (*cf.* Martin et Osswald (2006a, 2007b)).

### 3.3.2 Prise en compte de la fiabilité et de la spécificité

#### Que choisir entre règle conjonctive et disjonctive ?

Nous avons vu que la règle conjonctive (normalisée ou non) réduit l'imprécision et l'incertitude, sous l'hypothèse de fiabilité des experts, alors que la règle disjonctive peut être employée lorsque l'un des experts est fiable (ou que nous ne connaissons rien sur leur fiabilité), mais entraîne une perte de spécificité.

De façon à adapter la règle de combinaison au contexte ou aux données, nous pouvons chercher à choisir l'une ou l'autre des deux règles à partir d'un processus décisionnel tel que l'ont proposé Smets (2007) et Klein (2008). Il est aussi possible de chercher à définir une nouvelle règle dont le comportement puisse s'adapter aux données. Florea *et al.* (2006); Florea (2007) proposent ainsi une somme pondérée des deux règles conjonctive et disjonctive en fonction du conflit global  $k = m_{\text{Conj}}(\emptyset)$  donnée pour tout  $X \in 2^\Theta$ ,  $X \neq \emptyset$  par :

$$m_{\text{Flo}}(X) = \beta_1(k)m_{\text{Dis}}(X) + \beta_2(k)m_{\text{Conj}}(X), \quad (3.22)$$

où  $\beta_1$  et  $\beta_2$  peuvent admettre  $k = \frac{1}{2}$  comme poids symétrique :

$$\begin{aligned} \beta_1(k) &= \frac{k}{1 - k + k^2}, \\ \beta_2(k) &= \frac{1 - k}{1 - k + k^2}. \end{aligned} \quad (3.23)$$

De cette manière, si le conflit global est grand ( $k$  proche de 1) le comportement de cette règle sera plus proche de la règle disjonctive. Cette règle considère donc le conflit global comme provenant de la non-fiabilité des experts. Le choix des poids en fonction de la symétrie du conflit global  $k$  est très critiquable compte tenu de la distribution du conflit observée sur la figure 2.3 de la section 2.2.1 ayant une forme logarithmique. Florea *et al.* (2009) ont montré qu'une famille de poids calculés à partir de fonctions logarithmiques donne de meilleurs résultats. Notons que Yager (1983), en définissant une mesure de conflit par  $-\ln(1 - k)$  avait noté le comportement logarithmique du conflit global.

Nous avons proposé dans Martin et Osswald (2007a) une façon d'intégrer ces poids plus précisément dans les combinaisons partielles. La nouvelle règle mixte ainsi formée combine deux fonctions de masse  $m_1$  et  $m_2$  pour tout  $X \in 2^\Theta$  par :

$$\begin{aligned} m_{\text{Mix}}(X) &= \sum_{Y_1 \cup Y_2 = X} \delta_1 m_1(Y_1) m_2(Y_2) \\ &+ \sum_{Y_1 \cap Y_2 = X} \delta_2 m_1(Y_1) m_2(Y_2). \end{aligned} \quad (3.24)$$

Les valeurs  $\delta_1$  et  $\delta_2$  peuvent dépendre du conflit global, des conflits partiels ou encore de la spécificité. Si  $\delta_1 = \beta_1(k)$  et  $\delta_2 = \beta_2(k)$ , nous obtenons la règle de Florea *et al.* (2006). De même, si  $\delta_1 = 1 - \delta_2 = 0$  nous obtenons la règle conjonctive et si  $\delta_1 = 1 - \delta_2 = 1$  la règle disjonctive. Avec  $\delta_1(Y_1, Y_2) = 1 - \delta_2(Y_1, Y_2) = \mathbb{1}_{\{\emptyset\}}(Y_1 \cap Y_2)$  nous retrouvons la règle de Dubois et Prade (1988) qui tient compte du conflit partiel à la différence de la règle (3.22).

Le choix de  $\delta_1 = 1 - \delta_2$  peut se faire à partir d'une dissimilarité telle que :

$$\delta(Y_1, Y_2) = 1 - \frac{|Y_1 \cap Y_2|}{\min(|Y_1|, |Y_2|)}, \quad (3.25)$$

où  $|Y_1|$  est la cardinalité de  $Y_1$ . Notons que ce n'est pas une distance ni même une mesure de dissimilarité à proprement parler (*e.g.*  $\delta(Y_1, Y_2) = 0$  n'implique pas  $Y_1 = Y_2$ ). Nous

pouvons aussi choisir pour  $\delta_2$  la distance de Jaccard donnée par :

$$d(Y_1, Y_2) = \frac{|Y_1 \cap Y_2|}{|Y_1 \cup Y_2|}. \quad (3.26)$$

En conséquence, si nous avons un conflit partiel entre  $Y_1$  et  $Y_2$ ;  $|Y_1 \cap Y_2| = 0$  et la règle transfère la masse sur  $Y_1 \cup Y_2$ . Dans le cas  $Y_1 \subset Y_2$  (ou le contraire),  $Y_1 \cap Y_2 = Y_1$  et  $Y_1 \cup Y_2 = Y_2$ , ainsi avec  $\delta$  donné par (3.25) la règle transfère la masse sur  $Y_1$  et avec  $d$  donné par (3.26) sur  $Y_1$  et  $Y_2$  selon le rapport  $|Y_1|/|Y_2|$  des cardinalités. Dans le cas  $Y_1 \cap Y_2 \notin \{Y_1, Y_2, \emptyset\}$ , la règle transfère la masse sur  $Y_1 \cap Y_2$  et  $Y_1 \cup Y_2$  selon  $\delta$  et  $d$ .

Considérons l'exemple donné dans le tableau 3.8 pour deux experts sur  $\Theta = \{\theta_1, \theta_2, \theta_3\}$ . Par conséquent, nous obtenons pour  $\delta_1 = \delta$  les valeurs données dans le tableau 3.10 où

	$\emptyset$	$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta_1 \cup \theta_2$	$\theta_1 \cup \theta_3$	$\Theta$
Expert 1	0	0.3	0	0.4	0	0.3
Expert 2	0	0	0.2	0	0.5	0.3
$m_{\text{Conj}}$	0.06	0.44	0.14	0.12	0.15	0.09

Tableau 3.8 – Exemple illustratif.

les colonnes représentent les éléments focaux de la fonction de masse de l'expert 1 et les lignes représentent les éléments focaux de la fonction de masse de l'expert 2. La masse

$\delta$	$\theta_1$	$\theta_1 \cup \theta_2$	$\Theta$
$\theta_2$	1	0	0
$\theta_1 \cup \theta_3$	0	1/2	0
$\Theta$	0	0	0

Tableau 3.9 – La valeur de  $\delta_1 = \delta$  pour l'exemple illustratif du tableau 3.8.

0.06 sur  $\emptyset$  est transférée sur  $\theta_1 \cup \theta_2$  et la masse 0.2 sur  $\theta_1$  obtenue par la combinaison des masses sur  $\theta_1 \cup \theta_2$  et  $\theta_1 \cup \theta_3$  est transférée sur  $\theta_1$  avec la valeur 0.1 et sur  $\Theta$  avec la même valeur. Si à présent nous prenons  $\delta_1 = 1 - d$ , nous obtenons le tableau 3.10.

Le poids  $\delta$  peut être employé lorsque les experts sont considérés fiables, et dans ce cas nous considérons des réponses plus précises. Avec  $d$ , nous obtenons la règle conjonctive seulement lorsque les experts donnent la même réponse, sinon nous considérons les réponses comme douteuses et nous transférons les masses proportionnellement à l'imprécision des réponses (donnée par la cardinalité des réponses) sur la partie en accord et sur l'ignorance partielle.

Comme Dezert *et al.* (2009) l'ont constaté, cette règle a également été proposée par Yamada (2008).

$1 - d$	$\theta_1$	$\theta_1 \cup \theta_2$	$\Theta$
$\theta_2$	1	1/2	2/3
$\theta_1 \cup \theta_3$	1/2	2/3	1/3
$\Theta$	2/3	1/3	0

Tableau 3.10 – La valeur de  $\delta_1 = 1 - d$  pour l'exemple illustratif du tableau 3.8.

Pour plus de deux experts, si l'intersection des réponses des experts n'est pas vide, nous pouvons encore transférer la masse sur l'intersection et l'union et l'équation (3.25) devient :

$$\delta(Y_1, \dots, Y_s) = 1 - \frac{|Y_1 \cap \dots \cap Y_s|}{\min_{1 \leq j \leq s} |Y_j|}. \quad (3.27)$$

À partir de l'équation (3.26), nous pouvons définir  $\delta$  par :

$$\delta(Y_1, \dots, Y_s) = 1 - \frac{|Y_1 \cap \dots \cap Y_s|}{|Y_1 \cup \dots \cup Y_s|}. \quad (3.28)$$

Finalement, la règle est donnée par :

$$\begin{aligned} m_{\text{Mix}}(X) = & \sum_{Y_1 \cup \dots \cup Y_s = X} \delta(Y_1, \dots, Y_s) \prod_{j=1}^s m_j(Y_j) \\ & + \sum_{Y_1 \cap \dots \cap Y_s = X} (1 - \delta(Y_1, \dots, Y_s)) \prod_{j=1}^s m_j(Y_j). \end{aligned} \quad (3.29)$$

Cette formulation peut être intéressante selon la cohérence des réponses des experts. Cependant, elle ne permet pas la répartition du conflit partiel d'une façon différente de celle proposée par la règle de Dubois et Prade (1988). C'est la raison pour laquelle Martin et Osswald (2007a) ont proposé des règles, que nous présentons dans la section suivante, avec une sorte d'affaiblissement de la règle PCR6.

### Affaiblissement de la règle de répartition proportionnelle de conflit

Rappelons que la PCR6 redistribue les masses des éléments focaux conflictuelles proportionnellement aux masses initiales de ces éléments. Pour illustration, nous considérons l'exemple donné sur le tableau 3.11 pour trois experts exprimant leur opinion sur  $\Theta = \{\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4\}$  :

Le conflit global est donné ici par  $0.21+0.14+0.09=0.44$ , issu de  $\theta_1, \theta_2$  et  $\theta_1 \cup \theta_3$  pour 0.21,  $\theta_1, \theta_2$  et  $\Theta$  pour 0.14 et  $\Theta, \theta_2$  et  $\theta_1 \cup \theta_3$  pour 0.09. Avec la PCR6 donnée par

	$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta_1 \cup \theta_3$	$\Theta$
Expert 1	0.7	0	0	0.3
Expert 2	0	0.5	0	0.5
Expert 3	0	0	0.6	0.4

Tableau 3.11 – Exemple de trois experts partiellement en conflit.

l'équation (3.12), nous obtenons :

$$\begin{aligned}
m_{\text{PCR}_6}(\theta_1) &= 0.14 + 0.21 + 0.21 \frac{7}{18} + 0.14 \frac{7}{16} \simeq 0.493, \\
m_{\text{PCR}_6}(\theta_2) &= 0.06 + 0.21 \frac{5}{18} + 0.14 \frac{5}{16} + 0.09 \frac{5}{14} \simeq 0.194, \\
m_{\text{PCR}_6}(\theta_1 \cup \theta_3) &= 0.09 + 0.21 \frac{6}{18} + 0.09 \frac{6}{14} \simeq 0.199, \\
m_{\text{PCR}_6}(\Theta) &= 0.06 + 0.14 \frac{4}{16} + 0.09 \frac{3}{14} \simeq 0.114.
\end{aligned} \tag{3.30}$$

La répartition des masses est faite seulement sur les éléments donnant les conflits partiels. Nous pouvons affaiblir les masses directement dans la combinaison avec pour but de transférer une partie des conflits partiels sur les ignorances partielles. Cet affaiblissement peut être réalisé de façon similaire à la procédure d'affaiblissement (2.11), mais pendant la phase de combinaison. Cette nouvelle règle PCR affaiblie (notée DPCR pour *Discounting PCR*) peut être exprimée pour deux fonctions de masse  $m_1$  et  $m_2$  et pour tout  $X \in 2^\Theta$ ,  $X \neq \emptyset$  par :

$$\begin{aligned}
m_{\text{DPCR}}(X) &= m_{\text{Conj}}(X) \\
&+ \sum_{\substack{Y \in 2^\Theta, \\ X \cap Y = \emptyset}} \alpha \left( \frac{m_1(X)^2 m_2(Y)}{m_1(X) + m_2(Y)} + \frac{m_2(X)^2 m_1(Y)}{m_2(X) + m_1(Y)} \right) \\
&+ \sum_{\substack{Y_1 \cup Y_2 = X \\ Y_1 \cap Y_2 = \emptyset}} (1 - \alpha) m_1(Y_1) m_2(Y_2),
\end{aligned} \tag{3.31}$$

avec  $\alpha \in [0, 1]$ , le facteur d'affaiblissement.

Dans un cas général pour  $s$  experts, nous pouvons décrire cette règle par :

$$\begin{aligned}
m_{\text{DPCR}}(X) &= m_{\text{Conj}}(X) + \sum_{j=1}^s m_j(X)^2 \\
&\quad \sum_{\substack{\bigcap_{j'=1}^{s-1} Y_{\sigma_j(j')} \cap X = \emptyset \\ (Y_{\sigma_j(1)}, \dots, Y_{\sigma_j(s-1)}) \in (2^\Theta)^{s-1}}} \alpha \frac{\prod_{j'=1}^{s-1} m_{\sigma_j(j')}(Y_{\sigma_j(j')})}{m_j(X) + \sum_{j'=1}^{s-1} m_{\sigma_j(j')}(Y_{\sigma_j(j')})} \\
&\quad + \sum_{\substack{Y_1 \cup \dots \cup Y_s = X \\ Y_1 \cap \dots \cap Y_s = \emptyset}} (1 - \alpha) \prod_{j=1}^s m_j(Y_j),
\end{aligned} \tag{3.32}$$

où  $Y_j \in 2^\Theta$  est la réponse de l'expert  $S_j$ ,  $m_j(Y_j)$  sa fonction de masse associée et  $\sigma_j$  est donnée par (3.9).

Si nous choisissons  $\alpha = 0.9$  dans l'exemple précédent, nous obtenons :

$$\begin{aligned}
m_{\text{DPCR}}(\theta_1) &= 0.14 + 0.21 + 0.21 \frac{7}{18} 0.9 + 0.14 \frac{7}{16} 0.9 \simeq 0.479, \\
m_{\text{DPCR}}(\theta_2) &= 0.06 + 0.21 \frac{5}{18} 0.9 + 0.14 \frac{5}{16} 0.9 + 0.09 \frac{5}{14} 0.9 \simeq 0.181, \\
m_{\text{DPCR}}(\theta_1 \cup \theta_3) &= 0.09 + 0.21 \frac{6}{18} 0.9 + 0.09 \frac{6}{14} 0.9 \simeq 0.187, \\
m_{\text{DPCR}}(\theta_1 \cup \theta_2 \cup \theta_3) &= 0.21 \times 0.1 = 0.021, \\
m_{\text{DPCR}}(\Theta) &= 0.06 + 0.14 \frac{4}{16} 0.9 + 0.09 \frac{3}{14} 0.9 + 0.14 \times 0.1 + 0.09 \times 0.1 \simeq 0.132.
\end{aligned} \tag{3.33}$$

Dans cet exemple, le conflit global est 0.21 donné par le conflit partiel dû aux experts 1, 2 et 3 donnant respectivement  $\theta_1$ ,  $\theta_2$ , et  $\theta_1 \cup \theta_3$ . Néanmoins seuls les experts 1 et 2 et les experts 2 et 3 sont en conflit. Les experts 1 et 3 ne sont pas en conflit. À présent, considérons un autre cas où les experts 1, 2 et 3 donnent respectivement  $\theta_1$ ,  $\theta_2$ , et  $\theta_3$  avec le même conflit 0.21. Dans ces deux cas, la règle DPCR transfère les masses avec le même poids  $\alpha$ . Nous pouvons cependant préférer transférer plus de masse sur  $\Theta$  dans le second cas que dans le premier cas.

En conséquence, il peut être intéressant de définir un transfert de masse dépendant de l'existence de conflit partiel entre chaque paire de réponses des experts. Pour réaliser ceci, nous pouvons utiliser le coefficient de fiabilité locale définie par l'équation (2.17).

Si nous reprenons l'exemple précédent, nous obtenons alors pour  $\alpha$  donné par l'équation (2.17) :

$$\begin{aligned}
\alpha(\theta_1, \theta_2, \theta_1 \cup \theta_3) &= 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}, \\
\alpha(\theta_1, \theta_2, \Theta) &= 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}, \\
\alpha(\Theta, \theta_2, \theta_1 \cup \theta_3) &= 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}.
\end{aligned} \tag{3.34}$$

La masse de la combinaison issue de la règle DPCR est ainsi donnée par :

$$\begin{aligned}
m_{\text{DPCR}}(\theta_1) &= 0.14 + 0.21 + 0.21 \frac{7}{18} \frac{1}{3} + 0.14 \frac{7}{16} \frac{2}{3} \simeq 0.418, \\
m_{\text{DPCR}}(\theta_2) &= 0.06 + 0.21 \frac{5}{18} \frac{1}{3} + 0.14 \frac{5}{16} \frac{2}{3} + 0.09 \frac{5}{14} \frac{2}{3} \simeq 0.130, \\
m_{\text{DPCR}}(\theta_1 \cup \theta_3) &= 0.09 + 0.21 \frac{6}{18} \frac{1}{3} + 0.09 \frac{6}{14} \frac{2}{3} \simeq 0.139, \\
m_{\text{DPCR}}(\theta_1 \cup \theta_2 \cup \theta_3) &= 0.21 \frac{2}{3} = 0.140, \\
m_{\text{DPCR}}(\Theta) &= 0.06 + 0.14 \frac{4}{16} \frac{2}{3} + 0.09 \frac{3}{14} \frac{2}{3} + 0.14 \frac{1}{3} + 0.09 \frac{1}{3} \simeq 0.173.
\end{aligned} \tag{3.35}$$

Notons qu'avec une telle définition de  $\alpha$ , nous ne transférons pas la masse des éléments qui peuvent être écrits comme une union des réponses des experts.

Si à présent nous cherchons à tenir compte du degré de conflit (ou non-conflit) d'un expert  $S_j$  avec les autres, en considérant chaque réponse des autres experts, nous pouvons utiliser la fiabilité locale définie par l'équation (2.18) au chapitre 2.

La PCR affaiblie (équation (3.32)) s'écrit alors pour  $s$  experts comme :

$$\begin{aligned}
m_{\text{DPCR}}(X) &= m_{\text{Conj}}(X) \\
&+ \sum_{j=1}^s m_j(X)^2 \sum_{\substack{\bigcap_{j'=1}^{s-1} Y_{\sigma_j(j')} \cap X = \emptyset \\ (Y_{\sigma_j(1)}, \dots, Y_{\sigma_j(s-1)}) \in (2^\Theta)^{s-1}}} \alpha_j \lambda \left( \frac{\prod_{j'=1}^{s-1} m_{\sigma_j(j')}(Y_{\sigma_j(j')})}{m_j(X) + \sum_{j'=1}^{s-1} m_{\sigma_j(j')}(Y_{\sigma_j(j')})} \right) \\
&+ \sum_{\substack{Y_1 \cup \dots \cup Y_s = X \\ Y_1 \cap \dots \cap Y_s = \emptyset}} (1 - \sum_{j=1}^s \alpha_j) \prod_{j=1}^s m_j(Y_j),
\end{aligned} \tag{3.36}$$

où  $\alpha_j(X, Y_{\sigma_j(1)}, \dots, Y_{\sigma_j(s-1)})$  est noté  $\alpha_j$  pour simplifier les notations. La valeur de  $\lambda$  dépend de

$(X, Y_{\sigma_j(1)}, \dots, Y_{\sigma_j(s-1)})$ , et est choisi de façon à conserver la condition de normalisation donnée par l'équation (1.1).  $\lambda$  est donc donné lorsque  $\alpha_j \neq 0, \forall j \in \{1, \dots, s\}$  par :

$$\lambda = \frac{\sum_{j=1}^s \alpha_j}{\langle \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\gamma} \rangle}, \tag{3.37}$$

où  $\langle \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\gamma} \rangle$  est le produit scalaire de  $\boldsymbol{\alpha} = (\alpha_j)_{j \in \{1, \dots, s\}}$  et  $\boldsymbol{\gamma} = (\gamma_j)_{j \in \{1, \dots, s\}}$  avec :

$$\gamma_j = \frac{m_j(X)}{m_j(X) + \sum_{j'=1}^{s-1} m_{\sigma_j(j')}(Y_{\sigma_j(j')})}, \tag{3.38}$$

où  $\gamma_j(X, Y_{\sigma_j(1)}, \dots, Y_{\sigma_j(s-1)})$  est noté  $\gamma_j$  pour simplification de notations.

Avec cette dernière version de la règle DPCR,  $\alpha_j$  donné par l'équation (2.18), nous obtenons sur l'exemple illustratif précédent  $\lambda = \frac{36}{13}$  lorsque les experts 1, 2 et 3 disent respectivement  $\theta_1$ ,  $\theta_2$ , et  $\theta_1 \cup \theta_3$  (le conflit est de 0.21),  $\lambda = \frac{16}{5}$  lorsque le conflit est de 0.14 et  $\lambda = \frac{56}{17}$  pour le conflit de 0.09. Nous obtenons ainsi la masse combinée issue de la DPCR :

$$\begin{aligned}
m_{\text{DPCR}}(\theta_1) &= 0.14 + 0.21 + 0.21 \frac{7}{18} \frac{1}{6} \frac{36}{13} + 0.14 \frac{7}{16} \frac{1}{6} \frac{16}{5} \simeq 0.420, \\
m_{\text{DPCR}}(\theta_2) &= 0.06 + 0.14 \frac{5}{16} \frac{1}{6} \frac{16}{5} + 0.09 \frac{5}{14} \frac{1}{6} \frac{56}{17} \simeq 0.101, \\
m_{\text{DPCR}}(\theta_1 \cup \theta_3) &= 0.09 + 0.21 \frac{6}{18} \frac{1}{6} \frac{36}{13} + 0.09 \frac{6}{14} \frac{1}{6} \frac{56}{17} \simeq 0.143, \\
m_{\text{DPCR}}(\theta_1 \cup \theta_2 \cup \theta_3) &= 0.21 \frac{2}{3} = 0.14 \\
m_{\text{DPCR}}(\Theta) &= 0.06 + 0.14 \frac{4}{16} \frac{1}{3} \frac{16}{5} + 0.09 \frac{3}{14} \frac{1}{3} \frac{56}{17} + 0.14 \frac{1}{3} + 0.09 \frac{1}{3} \simeq 0.196.
\end{aligned} \tag{3.39}$$

Cette dernière version de la règle DPCR permet donc de considérer un degré de conflit (ou plus exactement un degré de paires de non-conflit), mais la condition de normalisation rend l'introduction de ce degré de conflit délicate à intégrer dans la combinaison.

### Une règle mixte et affaiblie de répartition du conflit

À partir des deux règles précédemment introduites, la règle mixte de l'équation (3.29) et la règle PCR affaiblie de l'équation (3.32), nous avons proposé dans Martin et Osswald (2007a) une combinaison de ces règles, donnée pour deux fonctions de masse  $m_1$  et  $m_2$  et pour tout  $X \in 2^\Theta$ ,  $X \neq \emptyset$  par :

$$\begin{aligned}
m_{\text{MDPCR}}(X) &= \sum_{\substack{Y_1 \cup Y_2 = X, \\ Y_1 \cap Y_2 \neq \emptyset}} \delta m_1(Y_1) m_2(Y_2) \\
&+ \sum_{\substack{Y_1 \cap Y_2 = X, \\ Y_1 \cap Y_2 \neq \emptyset}} (1 - \delta) m_1(Y_1) m_2(Y_2) \\
&+ \sum_{\substack{Y \in 2^\Theta, \\ X \cap Y = \emptyset}} \alpha \left( \frac{m_1(X)^2 m_2(Y)}{m_1(X) + m_2(Y)} + \frac{m_2(X)^2 m_1(Y)}{m_2(X) + m_1(Y)} \right) \\
&+ \sum_{\substack{Y_1 \cup Y_2 = X \\ Y_1 \cap Y_2 = \emptyset}} (1 - \alpha) m_1(Y_1) m_2(Y_2).
\end{aligned} \tag{3.40}$$

$\alpha$  peut être donné par l'équation (2.17) et  $\delta$  par l'équation (3.27) ou (3.28). Les poids sont choisis de façon à avoir une certaine continuité dans le transfert de masse entre la règle mixte et la DPCR. En fait lorsque l'intersection des réponses est presque vide, mais

pas vide, cette règle se comporte comme la règle mixte et lorsque cette intersection est vide, elle se comporte comme la DPCR. Dans le premier cas toute la masse est transférée sur l'union et dans le second cas ce sera la même chose selon le conflit partiel. En effet,  $\alpha = 0$  si l'intersection n'est pas vide et  $\delta = 1$  si l'intersection est vide. Nous pouvons aussi introduire la fiabilité locale  $\alpha_j$  donnée par l'équation (2.18) tout en conservant cette continuité de comportement.

Cette règle MDPCR est donnée dans un cas général pour  $s$  experts, pour tout  $X \in 2^\Theta$ ,  $X \neq \emptyset$  par :

$$\begin{aligned}
m_{\text{MDPCR}}(X) = & \sum_{\substack{Y_1 \cup \dots \cup Y_s = X, \\ Y_1 \cap \dots \cap Y_s \neq \emptyset}} \delta \prod_{j=1}^s m_j(Y_j) \\
& + \sum_{\substack{Y_1 \cap \dots \cap Y_s = X, \\ Y_1 \cap \dots \cap Y_s \neq \emptyset}} (1 - \delta) \prod_{j=1}^s m_j(Y_j) \\
& + \sum_{j=1}^s m_j(X)^2 \sum_{\substack{\bigcap_{j'=1}^{s-1} Y_{\sigma_j(j')} \cap X = \emptyset \\ (Y_{\sigma_j(1)}, \dots, Y_{\sigma_j(s-1)}) \in (2^\Theta)^{s-1}}} \alpha \frac{\prod_{j'=1}^{s-1} m_{\sigma_j(j')}(Y_{\sigma_j(j')})}{m_j(X) + \sum_{j'=1}^{s-1} m_{\sigma_j(j')}(Y_{\sigma_j(j')})} \\
& + \sum_{\substack{Y_1 \cup \dots \cup Y_s = X \\ Y_1 \cap \dots \cap Y_s = \emptyset}} (1 - \alpha) \prod_{j=1}^s m_j(Y_j),
\end{aligned} \tag{3.41}$$

où  $Y_j \in 2^\Theta$  est la réponse de l'expert  $S_j$ ,  $m_j(Y_j)$  la fonction de masse associée et  $\sigma_i$  est donné par (3.9). La formulation de cette règle peut être difficile à comprendre de par son écriture, mais il est très simple de l'implémenter (*cf.* Martin et Osswald (2007a)).

Si nous reprenons l'exemple d'illustration avec  $\delta$  donné par l'équation (3.27), il n'y a pas de différence avec la DPCR. Si  $\delta$  est calculé à partir de l'équation (3.28), la seule différence concerne la masse 0.09 provenant des réponses des trois experts données respectivement par :  $\Theta$ ,  $\Theta$  et  $\theta_1 \cup \theta_3$ . Cette masse est alors transférée sur  $\theta_1 \cup \theta_3$  (0.06) et sur  $\Theta$  (0.03).

## 3.4 Discussion

Dans ce chapitre nous avons présenté un ensemble d'opérateurs de combinaison de façon à gérer finement le conflit et à intégrer au mieux la fiabilité et les spécificités des réponses des experts. La règle répartissant le conflit partiel est aujourd'hui très utilisée. La PCR6 équivalente à la PCR5 dans le cas de deux fonctions de masse, a par exemple été employée par Scholte et van Norden (2009); Van Norden *et al.* (2008); Van Norden

et Jonker (2009) pour des applications de classification en temps réel et par Klein (2008) pour des séquences d'images où elle est notamment comparée aux règles mixtes, DPCR et MDPCR. D'autres extensions de la PCR6 ont été proposées dans Dambreville *et al.* (2009); Dambreville (2009). Ces différentes règles ont également été écrites pour la combinaison de fonctions de masse qualitatives dans Martin *et al.* (2008b). Dans ce cas les labels sont simplement codés par des entiers mais il faudrait leur préférer des approches que nous pourrions nommer de plus qualitatives comme présentées dans Osswald et Martin (2008, 2009).

À la délicate question de quel est le meilleur opérateur de combinaison, beaucoup ont répondu par un nouvel opérateur. Si Haenni (2002) ne jure que par la règle de Dempster, nous pensons avec Jousselme et Maupin (2008) que nous pouvons établir un *no free lunch theorem* à l'instar de ce qu'ont proposé Wolpert et Macready (1997) pour des problèmes d'optimisation et tel que il est couramment admis pour des problèmes de reconnaissance. Comme l'illustre Dencœur (2008), certaines règles sont ainsi meilleures dans certaines configurations d'application alors qu'elles sont moins bonnes pour d'autres configurations. Pour une application donnée il faut donc chercher la règle la plus adaptée, et il est délicat *a priori* de savoir à l'avance laquelle. Smets (2007) et Klein (2008) proposent de choisir une règle en fonction des données et des propriétés attendues de la règle. Le choix se fait entre la conjonctive et la disjonctive.

Nous pouvons ainsi évaluer les différents opérateurs en fonction de leurs propriétés. Smets (2007) et Klein (2008) distinguent par exemple : l'associativité et la quasi-associativité, la commutativité, l'idempotence, résistance au raffinement, plausibilité d'un faux positif, propriétés de conditionnement, *etc.* Certaines de ces propriétés peuvent être essentielles selon l'application, mais pas nécessairement pour toutes les applications. Par exemple, si l'associativité est intéressante d'un point de vue algorithmique pour la combinaison d'un grand nombre de fonctions de croyance, dans une problématique de fusion dynamique, il n'est pas bon de donner autant d'importance aux informations perçues dans un passé lointain et aux informations récentes.

Une autre façon d'évaluer les opérateurs de combinaison est d'étudier les résultats de la combinaison de fonctions de masse générées comme nous l'avons fait dans Martin et Osswald (2006c). Dans Osswald et Martin (2006), à partir de fonctions de masse générées, nous étudions les différences de décision de différentes règles de façon à les représenter sous la forme de graphes de rigidité pour mieux les comparer. Ces résultats montrent une forte dépendance aux types de fonctions de masse choisis, mais il faut également tenir compte du processus de décision.

Toutes ces considérations ont abouti à proposer dans Martin (2009b) une approche globale de transfert de croyance. En effet, la procédure d'affaiblissement, la réduction d'éléments focaux, les opérateurs de combinaison et le processus de décision peuvent être vus comme un transfert de croyance et doivent donc être définis de manière conjointe. Si cela peut s'entendre pour une application donnée, il est difficile de proposer une approche globale viable qui ne soit pas trop généraliste pour être appliquée. Nous nous sommes ainsi restreint à l'intégration de la fiabilité dans un opérateur de combinaison. Dans Martin

(2009b), nous définissons cet opérateur pour  $X \in 2^\Theta$  par :

$$m(X) = \sum_{\mathbf{Y} \in (2^\Theta)^s} \prod_{j=1}^s m_j(Y_j) w(X, \mathbf{m}(\mathbf{Y}), \mathcal{T}(\mathbf{Y}), \boldsymbol{\alpha}(\mathbf{Y})), \quad (3.42)$$

où  $\mathbf{Y} = (Y_1, \dots, Y_s)$  est le vecteur de réponses des  $s$  experts et  $m_j(Y_j)$  les masses associées ( $\mathbf{m}(\mathbf{Y}) = (m_1(Y_1), \dots, m_s(Y_s))$ ),  $w$  est une fonction de poids,  $\boldsymbol{\alpha}$  est la matrice de termes  $\alpha_{ij}$  de la fiabilité de l'expert  $S_j$  pour l'élément  $i$  de  $2^\Theta$ , et  $\mathcal{T}(\mathbf{Y})$  est l'ensemble des éléments de  $2^\Theta$  sur lesquels nous transférons les masses élémentaires  $m_j(Y_j)$  pour un vecteur  $\mathbf{Y}$  donné. Cet opérateur est ensuite illustré par un cas particulier intégrant la fiabilité locale définie dans la section 2.3.2.

Les règles de combinaison proposées dans ce chapitre peuvent paraître compliquées à programmer, particulièrement dans l'espace  $D^\Theta$ . Dans le chapitre suivant nous proposons une approche pour coder simplement la plupart des opérations utiles dans la théorie des fonctions de croyance.



# Chapitre 4

## Implémentation des fonctions de croyance

### Sommaire

---

4.1	Introduction . . . . .	46
4.2	Une codification pratique . . . . .	47
4.3	Ajout de contraintes . . . . .	50
4.4	Codification des éléments focaux . . . . .	50
4.5	Combinaison et décision . . . . .	51
4.6	Génération de l'espace réduit $D_r^\ominus$ . . . . .	51
4.7	Décodage . . . . .	53
4.8	Conclusion . . . . .	54

---

*L'idée principale de ce chapitre repose sur une codification simple du diagramme de Venn permettant une implémentation aisée de la plupart des opérations utiles dans la théorie des fonctions de croyance. Nous illustrons ainsi cette codification pour les opérations de combinaison et de décision des informations conflictuelles. Nous abordons le problème délicat de la génération de l'espace  $D^\ominus$ . Nous discutons également sur la meilleure façon de décoder les éléments focaux pour les présenter de manière lisible à l'utilisateur.*

## 4.1 Introduction

La complexité algorithmique, spécialement en comparaison avec la théorie des probabilités, est souvent un argument avancé pour discréditer la théorie des fonctions de croyance. Bien sûr, comme l'a montré Wilson (2000), plus la cardinalité de  $\Theta$  est grande et plus la complexité, dans un cas général, devient importante. Orponen (1990) a prouvé que la règle conjonctive (normalisée, équation (3.1) ou non, équation (1.6)) est  $\#P$ -complète. De plus, lorsque des fonctions de masse non-dogmatiques sont combinées, le nombre d'éléments focaux ne peut décroître.

Nous pouvons ainsi distinguer deux types d'approches pour réduire la complexité dans le cadre de la théorie des fonctions de croyance. Premièrement, nous pouvons tenter de trouver des algorithmes optimaux pour coder les fonctions de croyance et la combinaison. Kennes (1992); Smets (2002) ont proposé une approche qui repose sur la transformée de Möbius, Shenoy et Shafer (1986) ont développé un algorithme fondé sur des calculs en local, tandis que Shafer et Logan (1987); Barnett (1981) ont cherché à adapter des algorithmes à des fonctions de masse particulières. Deuxièmement, nous pouvons chercher à réduire le nombre d'éléments focaux par des procédures d'approximation des fonctions de masse afin de ne conserver que certains éléments. Ceci peut être particulièrement important en fusion dynamique. Voorbraak (1989); Tessem (1993); Bauer (1997); Dencœux (2001); Haenni et Lehmann (2002, 2003) ont proposé différentes approches pour réduire le nombre d'éléments focaux.

En pratique la modélisation d'un problème par les fonctions de masse se fait généralement à partir de peu d'éléments focaux. C'est particulièrement vrai dans les approches proposées par Dencœux (1995) et Appriou (1998) (*cf.* la section 5.3). Il semble donc naturel de ne considérer que les éléments focaux au lieu de l'espace complet  $2^\Theta$  comme dans l'approche développée par Kennes (1992) et Smets (2002).

Si certaines de ces solutions peuvent présenter de nombreux avantages dans certaines applications, d'une part les règles de combinaison gérant finement les conflits partiels s'avèrent bien plus complexes que la règle conjonctive, d'autre part s'autoriser à décider sur des informations conflictuelles nécessite une modélisation sur  $D^\Theta$  de cardinalité bien plus grande que  $2^\Theta$ . De manière générale, le cadre étendu des fonctions de croyance offert par la DSMT, s'autorisant des contraintes, doit être abordé de façon particulière. Dezert et Smarandache (2004a) ont montré que générer  $D^\Theta$  n'est pas simple et devient impossible sur des machines de base actuelles pour plus de six éléments dans  $\Theta$ .

Dezert et Smarandache (2004b) ont proposé une première approche pour ordonner les éléments de  $D^\Theta$  en vue d'un calcul matriciel tel que Kennes (1992) et Smets (2002) l'ont fait dans  $2^\Theta$ . Cependant, comme nous l'avons précisé plus haut, il est plus intéressant dans la plupart des applications réelles de ne manipuler que des éléments focaux. Par exemple Dencœux (2001); Djiknavorian et Grenier (2006); Martin et Osswald (2006c) ne manipulent que le noyau. Djiknavorian et Grenier (2006) ont proposé un code Matlab<sup>1</sup> pour la règle conjonctive dans le cadre de la DSMT avec contraintes. Ce code est un travail préliminaire non optimisé pour Matlab et développé uniquement pour de la fusion dynamique.

---

<sup>1</sup>Matlab est une marque de MathWorks, Inc.

Malgré son utilisation dans le cadre des fonctions de croyance, Matlab n'est certainement pas le meilleur outil de programmation pour réduire la vitesse de traitement. Des langages offrant une programmation plus aisée des structures dynamiques, et plus proches du langage machine permettraient des temps d'exécution plus rapides.

Nous avons donc proposé (*cf.* Martin (2009a)) une codification des éléments focaux fondée sur un codage simple de  $\Theta$  permettant une programmation aisée sous Matlab de la plupart des outils des fonctions de croyance définies sur  $2^\Theta$  mais aussi sur  $D^\Theta$ .

Pour réduire la complexité, nous reprenons ci-dessous cette codification pratique de façon à tenir compte des précédentes remarques. Nous cherchons donc à :

- manipuler seulement les éléments focaux,
- pouvoir ajouter les contraintes sur les éléments focaux avant la combinaison et donc travailler sur  $D_r^\Theta$  (ensemble d'éléments réduits introduit en section 1.2),
- proposer une codification simple pour les opérations d'union et d'intersection sous Matlab.

Nous présentons dans un premier temps une façon simple d'énumérer les parties distinctes du diagramme de Venn et ainsi la manière de coder les éléments de l'espace de discernement  $\Theta$ . Nous expliquons ensuite comment ajouter simplement les contraintes sur les éléments de  $\Theta$  et donc de coder les éléments focaux. Ce codage est ensuite illustré pour la combinaison et la décision dans la section 4.5. Nous abordons alors le problème de la génération de  $D_r^\Theta$ . Pour finir nous discutons du décodage pour l'opérateur humain.

## 4.2 Une codification pratique

Martin (2009a) présente l'idée simple de cette codification fondée sur l'affectation d'un entier de  $[1; 2^n - 1]$  à chaque partie distincte du diagramme de Venn qui en contient  $2^n - 1$  avec  $n = |\Theta|$ . Les figures 4.1 et 4.2 illustrent cette codification pour respectivement  $\Theta = \{\theta_1, \theta_2, \theta_3\}$  et  $\Theta = \{\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4\}$  avec le code Matlab fourni dans Martin (2009a). Bien entendu d'autres répartitions de ces nombres entiers sont possibles et équivalentes.

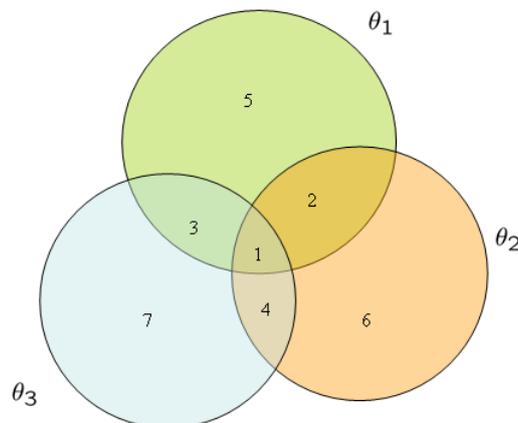
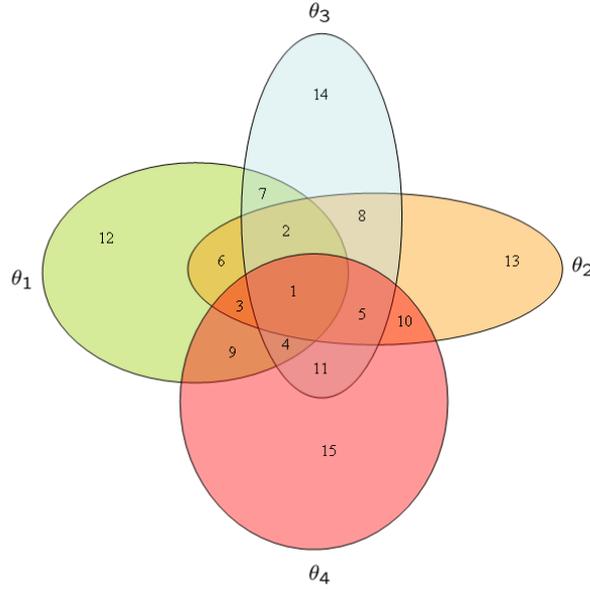


Figure 4.1 – Codification pour  $\Theta = \{\theta_1, \theta_2, \theta_3\}$ .

Figure 4.2 – Codification pour  $\Theta = \{\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4\}$ .

Nous obtenons ainsi la codification, par exemple pour l'élément  $\theta_1$  donnée par la concaténation de 1, 2, 3 et 5 pour  $|\Theta| = 3$  et par la concaténation de 1, 2, 3, 4, 6, 7, 9 et 12 pour  $|\Theta| = 4$ . Nous noterons respectivement  $\theta_1 = [1\ 2\ 3\ 5]$  et  $\theta_1 = [1\ 2\ 3\ 4\ 6\ 7\ 9\ 12]$  pour  $|\Theta| = 3$  et pour  $|\Theta| = 4$ , avec un ordonnancement des nombres entiers par ordre croissant. Par conséquent,  $\Theta$  est décrit respectivement pour  $|\Theta| = 3$  et  $|\Theta| = 4$  par :

$$\Theta = \{[1\ 2\ 3\ 5], [1\ 2\ 4\ 6], [1\ 3\ 4\ 7]\} \quad (4.1)$$

et

$$\Theta = \{[1\ 2\ 3\ 4\ 6\ 7\ 9\ 12], [1\ 2\ 3\ 5\ 6\ 8\ 10\ 13], [1\ 2\ 4\ 5\ 7\ 8\ 11\ 14], [1\ 3\ 4\ 5\ 9\ 10\ 11\ 15]\}. \quad (4.2)$$

Le nombre d'entiers pour la codification d'un élément  $\theta_i \in \Theta$  est donné par :

$$|cod(\theta_i)| = 1 + \sum_{i=1}^{n-1} C_{n-1}^i, \quad (4.3)$$

avec  $n = |\Theta|$  et  $C_n^p$  le nombre de  $p$ -uplets avec  $n$  nombres. L'entier 1 sera par convention l'intersection de tous les éléments de  $\Theta$ . Nous obtenons aisément la codification de  $\theta_1 \cap \theta_3$  donnée par  $[1\ 3]$  pour  $|\Theta| = 3$  et par  $[1\ 2\ 4\ 7]$  pour  $|\Theta| = 4$ . De même, la codification de  $\theta_1 \cup \theta_3$  est donnée par  $[1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 7]$  pour  $|\Theta| = 3$  et  $[1\ 2\ 3\ 4\ 6\ 7\ 9\ 12]$  pour  $|\Theta| = 4$ .

Dans le but de réduire la complexité, nous pourrions utiliser des nombres binaires à la place de nombres entiers pour des langages plus proches du langage machine.

Dezert et Smarandache (2004a) ont introduit la codification de Smarandache pour énumérer les parties distinctes du diagramme de Venn. Si  $|\Theta| = n$ ,  $\langle i \rangle$  représente la partie de  $\theta_i$  sans recouvrement avec les autres  $\theta_{i'}$ ,  $i \neq i'$ .  $\langle ii' \rangle$  représente la partie de

$\theta_i \cap \theta_{i'}$  sans recouvrement avec les autres parties du diagramme de Venn. La figure 4.3 représente une illustration de la codification de Smarandache pour  $n = 3$ . Les auteurs soulèvent un problème pour  $n \geq 10$ , mais en introduisant un espace dans la codification nous pourrions conserver ce formalisme avec des entiers. Nous écrivons donc  $\langle 1\ 2\ 3 \rangle$  au lieu de  $\langle 123 \rangle$ .

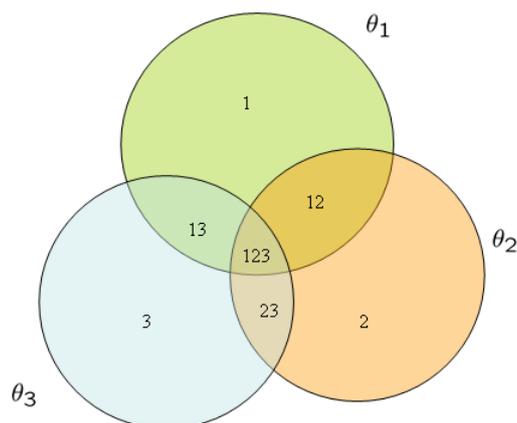


Figure 4.3 – Codification de Smarandache pour  $\Theta = \{\theta_1, \theta_2, \theta_3\}$ .

À la différence de la codification de Smarandache, la codification proposée donne seulement les nombres entiers de chaque partie du diagramme de Venn. Cette codification est donc plus complexe à interpréter pour le lecteur que la codification de Smarandache. En effet, connaissant la taille du cadre de discernement  $n$ , le lecteur peut interpréter directement la codification de Smarandache : chaque partie distincte du diagramme de Venn est vue comme une intersection des éléments de  $\Theta$ , ou plus exactement comme une partie de ces intersections. Par exemple, pour  $\theta_1 \cap \theta_2$  la codification de Smarandache donne  $\{\langle 12 \rangle\}$  si  $n = 2$  et  $\{\langle 12 \rangle, \langle 123 \rangle\}$  si  $n = 3$ . Avec la codification proposée, un même élément peut aussi avoir différentes codifications selon la cardinalité  $n$ . Pour l'exemple précédent  $\theta_1 \cap \theta_2$ , nous obtenons  $[1]$  si  $n = 2$ , et  $[1\ 2]$  si  $n = 3$ .

Néanmoins, la codification proposée est plus pratique pour la programmation des opérations d'union et d'intersection ainsi que pour le calcul de la cardinalité dans  $D^\Theta$ , parce qu'un unique entier représente une partie distincte du diagramme de Venn. Avec la codification de Smarandache la programmation de ces opérations nécessite une interprétation systématique du code à chaque opération, ce qui entraîne un coût de traitement.

Nous proposons donc d'employer la codification proposée pour les opérations d'union, d'intersection et de calcul de la cardinalité, et la codification de Smarandache, plus facile à interpréter, pour présenter à l'utilisateur les résultats se préservant ainsi de devoir parcourir  $D_r^\Theta$ .

### 4.3 Ajout de contraintes

Avec la codification proposée ci-dessus, l'ajout de contraintes est très simple et permet de réduire rapidement le nombre d'entiers dans la codification. Supposons par exemple que pour une application donnée, nous sachions que  $\theta_1 \cap \theta_3 \equiv \emptyset$  (*i.e.*  $\theta_1 \cap \theta_3 \notin D_r^\Theta$ ), ceci signifie que les entiers de [1 3] pour  $|\Theta| = 3$  et de [1 2 4 7] pour  $|\Theta| = 4$  n'existent pas. La codification de  $\Theta$  avec cet espace de discernement réduit, noté  $\Theta_r$ , est donnée respectivement pour  $|\Theta| = 3$  et  $|\Theta| = 4$  par :

$$\Theta_r = \{[2\ 5], [2\ 4\ 6], [4\ 7]\} \quad (4.4)$$

et

$$\Theta_r = \{[3\ 6\ 9\ 12], [3\ 5\ 6\ 8\ 10\ 13], [5\ 8\ 11\ 14], [3\ 5\ 9\ 10\ 11\ 15]\}. \quad (4.5)$$

Généralement les cardinalités de  $\Theta$  et  $\Theta_r$  sont les mêmes ( $|\Theta| = |\Theta_r|$ ), mais nous pouvons avoir une contrainte (qui peut être temporaire) donnant  $\theta_i \equiv \emptyset$ , avec  $\theta_i \in \Theta$ . Ceci peut apparaître temporairement dans la fusion dynamique si un élément du cadre de discernement disparaît.

Par conséquent, l'introduction d'une simple contrainte telle que  $\theta_1 \cap \theta_3 \equiv \emptyset$  dans  $\Theta$ , contient toutes les autres contraintes qui en découle, telle que l'intersection de tous les éléments de  $\Theta$  est vide. Djiknavorian et Grenier (2006) proposent un code où l'utilisateur doit donner toutes les contraintes, ce qui peut être vite très long et sujet à erreur.

### 4.4 Codification des éléments focaux

Dans  $D_r^\Theta$ , la codification des éléments focaux est donnée à partir de la codification des éléments de l'espace de discernement réduit  $\Theta_r$ . La codification d'une union de deux éléments de  $\Theta$  est donnée par la concaténation de la codification de deux éléments utilisant celle de  $\Theta_r$ . La codification d'une intersection de deux éléments de  $\Theta$  est donnée par les nombres communs de la codification des deux éléments utilisant celle de  $\Theta_r$ . De la même façon la codification d'une union de deux éléments focaux est donnée par la concaténation de la codification de ces deux éléments et de même la codification de l'intersection de deux éléments focaux est donnée par les nombres communs de leur codification.

Si nous reprenons l'exemple précédent (*i.e.* nous supposons  $\theta_1 \cap \theta_3 \equiv \emptyset$ , avec  $|\Theta| = 3$  ou  $|\Theta| = 4$ ), et prenant pour éléments focaux :  $\theta_1 \cap \theta_2$ ,  $\theta_1 \cup \theta_2$  et  $(\theta_1 \cap \theta_2) \cup \theta_3$ , leur codification est donnée pour  $|\Theta| = 3$  par :

$$\begin{aligned} \theta_1 \cap \theta_2 &= [2], \\ \theta_1 \cup \theta_2 &= [2\ 4\ 5\ 6], \\ (\theta_1 \cap \theta_2) \cup \theta_3 &= [2\ 4\ 7], \end{aligned} \quad (4.6)$$

et pour  $|\Theta| = 4$  par :

$$\begin{aligned} \theta_1 \cap \theta_2 &= [3\ 6], \\ \theta_1 \cup \theta_2 &= [3\ 5\ 6\ 8\ 9\ 10\ 12\ 13], \\ (\theta_1 \cap \theta_2) \cup \theta_3 &= [3\ 5\ 6\ 8\ 11\ 14]. \end{aligned} \quad (4.7)$$

Notons que la cardinalité  $\mathcal{C}_{\mathcal{M}}(X)$  d'un élément  $X$  dans  $D^{\Theta}$  est simplement donnée par le nombre d'entiers de la codification de  $X$ . La cardinalité d'un singleton est donnée par l'équation (4.3), uniquement s'il n'existe aucune contrainte et elle est strictement inférieure sinon.

L'exemple précédent avec l'élément focal  $(\theta_1 \cap \theta_2) \cup \theta_3$  illustre bien la simplicité d'utilisation de cette codification.

## 4.5 Combinaison et décision

Dans le but de ne considérer que les éléments focaux et leur fonction de masse associée, Dencœux (2001); Djiknavorian et Grenier (2006); Martin et Osswald (2006c) utilisent une structure de listes. Les opérations d'union et d'intersection sont réalisées avec la codification proposée, comme présentées plus avant. Si l'intersection entre des éléments focaux est vide, la codification associée est notée  $[\ ]$ .

Il est ainsi très aisé de coder les opérateurs conjonctifs et disjonctifs comme nous l'avons détaillé (*cf.* Martin (2009a)). Une fois encore l'intérêt de la codification est donné par la simplicité des opérations d'union et d'intersection. Nous n'avons ainsi pas besoin de redéfinir ces opérations sous Matlab, comme Djiknavorian et Grenier (2006) l'ont fait.

Pour des règles de combinaison plus compliquées telles que la PCR6, nous devons généralement conserver les calculs intermédiaires de façon à transférer finement les conflits partiels. Nous avons proposé des algorithmes simples pour ces règles dans Martin et Osswald (2006c), et des codes Matlab sont donnés dans Martin (2009a).

Pour l'étape de décision, comme nous l'avons décrit au chapitre 1, nous pouvons employer la fonction de crédibilité (1.3), de plausibilité (1.4) ou encore la probabilité pignistique (1.5). En règle général, ces fonctions étant croissantes par l'inclusion, nous cherchons à décider sur les singletons de  $2^{\Theta}$ . De façon à réduire la complexité, nous pouvons donc déterminer les valeurs de ces fonctions uniquement sur les singletons. En revanche, nous avons également vu à la section 2.4 du chapitre 2 qu'il peut être intéressant de pouvoir décider sur n'importe quel élément de tout ou partie de  $2^{\Theta}$ , ou encore de  $D_r^{\Theta}$ . En particulier il peut être intéressant de décider sur les éléments d'une cardinalité donnée. Pour ce faire, nous passons par les mêmes fonctions de décision que précédemment (crédibilité, plausibilité, probabilité pignistique) en les pondérant par la cardinalité des éléments pour qu'elles ne soient plus croissantes par l'inclusion. Le calcul de ces fonctions de décision peut donc se faire uniquement sur le sous-espace choisi de  $D_r^{\Theta}$  afin de réduire la complexité et ainsi d'éviter de devoir parcourir  $D_r^{\Theta}$  d'une grande complexité comme nous le montrons à la section suivante.

## 4.6 Génération de l'espace réduit $D_r^{\Theta}$

La génération de  $D_r^{\Theta}$  a dans un cas général la même complexité que la génération de  $D^{\Theta}$ , en particulier s'il n'y a aucune contrainte. Dezert et Smarandache (2004a) ont proposé un algorithme pour la génération de  $D^{\Theta}$  qui reste à mon sens proche de l'optimal. Ce code ne permet cependant pas de générer  $D^{\Theta}$  pour  $|\Theta| \geq 6$ . En revanche, tenir compte des contraintes peut permettre, si elles sont suffisantes, de pouvoir générer  $D_r^{\Theta}$  pour des

cardinalités de  $\Theta$  assez grandes. Prenons par exemple la contrainte simple  $\theta_1 \cap \theta_2 \equiv \emptyset$ , avec la représentation de la cardinalité des éléments de  $D^\Theta$  avec  $|\Theta| = 4$  donnée sur la figure 4.4. Les figures 4.5(a) et 4.5(b) montrent la cardinalité pour des éléments de  $D_r^\Theta$  avec  $|\Theta| = 4$  intégrant la contrainte précédente. Sur la figure 4.5(a) les éléments sont ordonnés par cardinalité croissante, alors que sur la figure 4.5(b) les éléments sont ordonnés comme sur la figure 4.4. Nous pouvons remarquer que la cardinalité de tous les éléments a naturellement diminué et que le nombre d'éléments vides a augmenté. Ceci est d'autant plus intéressant que la cardinalité de  $\Theta$  est grande. La figure 4.6 présente pour une cardinalité donnée, le nombre d'éléments de  $D_r^\Theta$  ayant la même cardinalité pour  $|\Theta| = 5$  et avec ou sans la contrainte  $\theta_1 \cap \theta_2 \equiv \emptyset$ . La comparaison des deux courbes montre clairement que la cardinalité totale (l'intégrale de la courbe) a considérablement baissé avec l'introduction d'une contrainte simple. La diminution est de l'ordre de 60%.

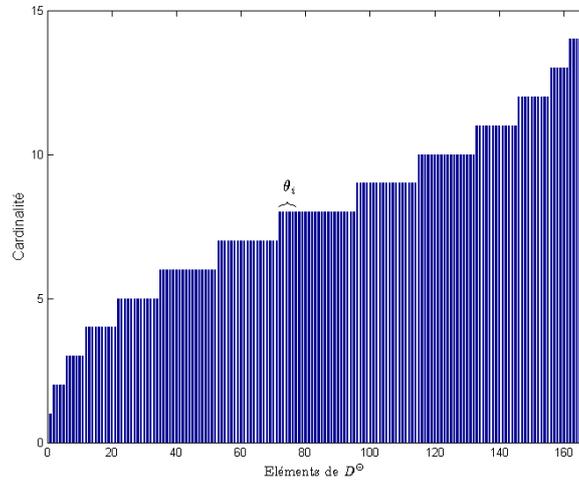
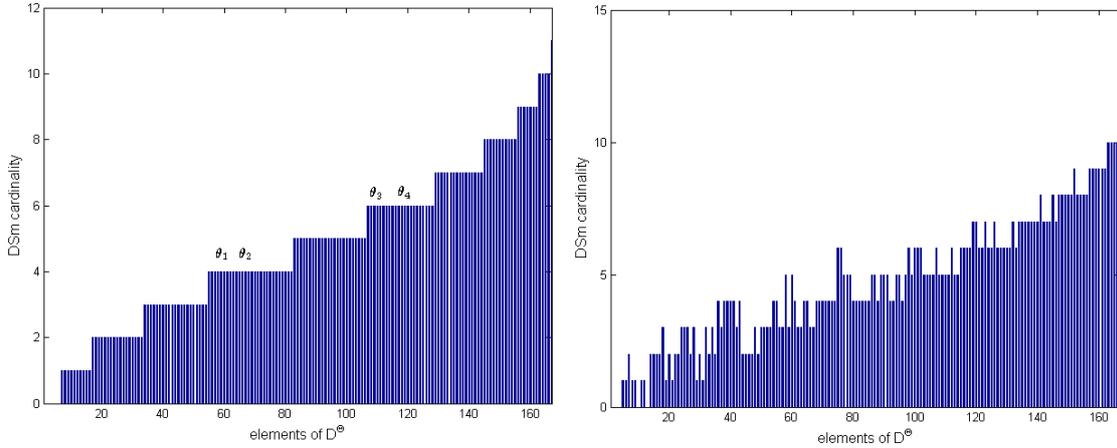


Figure 4.4 – Cardinalité  $\mathcal{C}_{\mathcal{M}}(X)$ ,  $\forall X \in D^\Theta$  avec  $|\Theta| = 4$ .

Il est donc bien préférable de générer  $D_r^\Theta$  au lieu de  $D^\Theta$ . La génération de  $D^\Theta$  (cf. Dezert et Smarandache (2004a) pour plus de détails) est fondée sur la génération de fonctions monotones booléennes. Une fonction monotone booléenne  $f_{mb}$  est définie sur  $(x_1, \dots, x_n) \in \{0, 1\}^n$  à valeur dans  $\{0, 1\}$  telle que  $\forall \mathbf{x}, \mathbf{x}' \in \{0, 1\}^n$ , avec  $\mathbf{x} \preceq \mathbf{x}'$  alors  $f_{mb}(\mathbf{x}) \leq f_{mb}(\mathbf{x}')$ . Une fonction monotone booléenne est ainsi définie par les valeurs de  $2^n$  éléments  $(x_1, \dots, x_n)$ , et il en existe  $|D|^{2^n}$  différentes. Toutes les valeurs de ces fonctions monotones booléennes peuvent être représentées par une matrice de taille  $|D|^{2^n} \times 2^n$ . Si nous multiplions cette matrice par le vecteur des toutes les intersections possibles des singletons de  $\Theta$  avec  $|\Theta| = n$  (il y a  $2^n$  intersections) donnant une union des intersections, nous obtenons tous les éléments de  $D^\Theta$ . Ceci est la description des éléments de  $D^\Theta$  sur la base des intersections. Nous pouvons également utiliser la base de toutes les unions de  $\Theta$  (et ainsi obtenir les intersections des unions), mais avec notre codification, les unions sont codées avec plus de nombres entiers que les intersections. La base des intersections est donc préférable.

De plus, si nous avons des contraintes (telle que  $\theta_1 \cap \theta_2 \equiv \emptyset$ ), des éléments de la base



(a) Éléments ordonnés par cardinalité croissante. (b) Éléments ordonnés comme sur la figure 2.8.

Figure 4.5 – Cardinalité  $\mathcal{C}_{\mathcal{M}}(X)$ ,  $\forall X \in D_r^\Theta$  avec  $|\Theta| = 4$  et  $\theta_1 \cap \theta_2 \equiv \emptyset$ .

d'intersections deviennent vides, et ainsi la taille de la base est réduite. Nous avons donc simplement à générer une matrice de taille  $|D|^n \times n_v$  où  $n_v$  est le nombre d'intersections non vides des éléments de  $\Theta_r$ . Par exemple avec la contrainte  $\theta_1 \cap \theta_2 \equiv \emptyset$  pour  $|\Theta| = 3$ , la base est donnée par :  $\emptyset, \theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_1 \cap \theta_3, \theta_2 \cap \theta_3$ , et il n'y a ni  $\theta_1 \cap \theta_2$  ni  $\theta_1 \cap \theta_2 \cap \theta_3$ .

Tenant compte des contraintes, la génération de  $D_r^\Theta$  peut ainsi devenir très rapide. Le code Matlab est présenté dans Martin (2009a).

## 4.7 Décodage

Une fois la décision prise sur un élément  $A$  de  $D_r^\Theta$ , nous devons transmettre cette décision à l'opérateur humain. Nous devons donc décoder l'élément  $A$  (donné par sa codification en nombre entier) en termes d'unions et d'intersections d'éléments de  $\Theta$ . Si nous savons que  $A$  est un sous-ensemble d'éléments de  $D_r^\Theta$  donné par l'utilisateur comme sous-ensemble de décisions, il suffit de parcourir simplement ce sous-ensemble. Si à présent, la décision  $A$  provient d'un élément focal (*a priori* inconnu) ou peut être n'importe quel élément de  $D_r^\Theta$ , nous devons parcourir  $D_r^\Theta$  jusqu'à trouver cet élément  $A$ . Ceci peut entraîner une forte complexité. Nous proposons donc de considérer les éléments de  $D_r^\Theta$  ordonnés avec en premier les éléments les plus rencontrés dans les applications. Nous parcourons ainsi tout d'abord  $2^\Theta$  et en même temps (avec la même complexité) la base d'intersections que nous devons construire pour la génération de  $D_r^\Theta$ . Ensuite si l'élément  $A$  n'est pas trouvé, nous commençons la génération de  $D_r^\Theta$  en nous arrêtant dès que  $A$  est trouvé. Notons que l'affichage proposé dans Martin (2009a) tente d'être le plus simple possible, sans qu'il existe une façon optimale d'affichage.

La codification de Smarandache est une alternative au décodage si l'utilisateur est à même de lire le code des éléments trouvés. Nous pouvons ainsi représenter les éléments focaux comme une union des parties disjointes du diagramme de Venn. La codification de Smarandache permet ainsi une compréhension des éléments sans génération de  $D_r^\Theta$ .

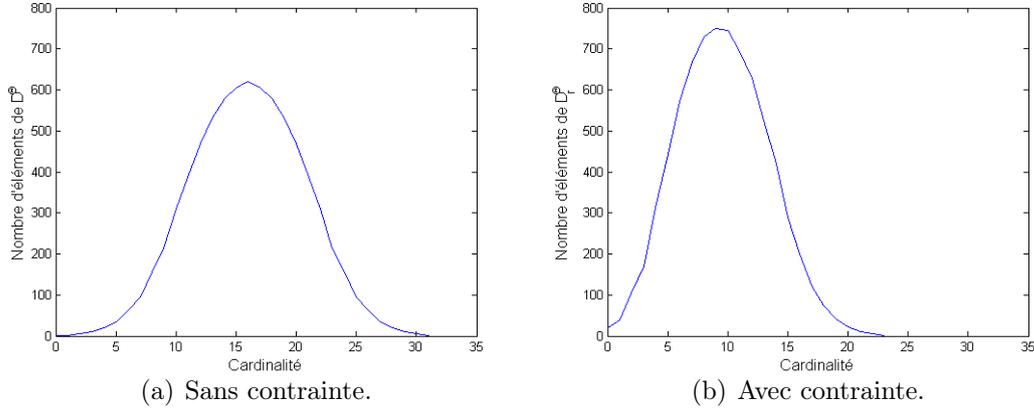


Figure 4.6 – Nombre d’éléments de  $D_r^\Theta$  pour  $|\Theta| = 5$  et  $\theta_1 \cap \theta_2 \equiv \emptyset$ , ayant la même cardinalité.

Cependant, si nous devons générer  $D_r^\Theta$  selon la stratégie de décision attendue, le décodage n’entraînera pas une augmentation de la complexité.

## 4.8 Conclusion

Dans ce chapitre, nous détaillons une approche permettant de développer un ensemble d’outils génériques utiles aux fonctions de croyance à partir d’une codification simple et pratique sous Matlab. Martin (2009a) fournit l’ensemble des codes associés. Cette codification est dans un premier temps définie pour les éléments du diagramme de Venn donnant ainsi la codification du cadre de discernement  $\Theta$ . Nous avons ensuite montré l’intérêt d’ajouter les contraintes éventuelles pour simplifier le codage du cadre de discernement réduit  $\Theta_r$ . Nous obtenons alors une codification aisée de tous les éléments focaux de l’espace réduit  $D_r^\Theta$ , réduisant la complexité par rapport à  $D^\Theta$ . Cette codification permet une programmation aisée des règles de combinaison à partir des opérations d’union et d’intersection. Pour l’étape de décision, nous sommes revenus sur les considérations de la section 2.4 du chapitre 2. Il est en effet important de pouvoir décider sur des sous-ensembles de  $D_r^\Theta$  préalablement définis, ce qui réduit également la complexité.

Nous avons ainsi proposé une approche simple et pratique d’aborder la théorie des fonctions de croyance tout en cherchant à gérer facilement le conflit lors de la combinaison ou encore de décider sur des informations conflictuelles. Ces codes sont d’ors et déjà employés. Tacnet *et al.* (2009) ont développé une approche pour la prévision de risque en montagne à partir de ces codes.

# Chapitre 5

## Caractérisation des fonds marins et évaluation

### Sommaire

---

<b>5.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>56</b>
5.1.1	Les images sonar	56
5.1.2	Classification des images sonar	58
<b>5.2</b>	<b>Évaluation à partir de données incertaines</b>	<b>60</b>
5.2.1	Évaluation de la classification d'images	61
5.2.2	Évaluation de la segmentation	64
<b>5.3</b>	<b>Fusion de classifieurs</b>	<b>66</b>
5.3.1	Modélisation des fonctions de masse	66
5.3.2	Présentation des résultats	68
<b>5.4</b>	<b>Bilan</b>	<b>72</b>

---

*Nous exposons ici la problématique de la caractérisation des fonds marins à partir d'images sonar qui sert au chapitre suivant comme champ d'application pour la gestion et utilisation du conflit dans la théorie des fonctions de croyance. Nous introduisons pour commencer, l'approche de classification des images sonar à partir de la caractérisation de la texture. Cette problématique nécessite une modélisation et une gestion fine du conflit pour plusieurs raisons. La réalité des fonds marins est difficilement accessible, et les informations fournies par les experts, incertaines et imprécises, peuvent être contradictoires. Nous exposons une approche permettant d'évaluer simplement la classification des images et la segmentation induite tenant compte de ces imperfections. Une application des fonctions de croyance pour la fusion de classifieurs permet d'illustrer cette méthode d'évaluation et de mettre en évidence l'intérêt de modèles de masse pour la classification d'images sonar.*

## 5.1 Introduction

Les fonctions de croyance ont été largement employées dans des applications très variées ces dernières années. C'est certainement dans des applications de classification que cette théorie a trouvé sa plus grande utilisation et plus particulièrement dans le domaine de traitement des images.

Nous avons choisi de ne traiter dans ce chapitre que des problèmes en imagerie sonar qui est un champ d'application particulièrement difficile. En effet, compte tenu des nombreuses incertitudes et imprécisions que nous pouvons avoir sur la réalité de l'environnement marin, le conflit apparaît important dans des configurations multi-vues, multi-capteurs, ou simplement dans la représentation de l'information.

Citons cependant quelques autres applications que nous avons faites des fonctions de croyance ces dernières années. Nous avons en particulier comparé des approches de fusion de classifieurs pour la classification de cibles radar dans Martin et Radoi (2004); Martin et Osswald (2007b) ou encore pour la fusion d'algorithmes de séparation de sources dans Vallez *et al.* (2005). Dans le cadre du stage de master recherche de Okaingni (2008), les fonctions de croyance ont été employées pour la détection des cuirasses à partir d'images satellitaires. Le travail de master recherche de Doré (2008) a permis de montrer l'apport des fonctions de croyance pour la combinaison et la mise à jour d'informations en recherche et sauvetage (*cf.* Doré *et al.* (2009a)). Dans Joussemme *et al.* (2008), les fonctions de croyance permettent à la fois la fusion des informations issues d'un réseau de capteurs et offrent à l'utilisateur la possibilité de découvrir des éléments non modélisés par une ontologie de base. Enfin, dans Laanaya et Martin (2009), nous étudions sur des données générées issues d'un robot sous-marin l'apport du multi-vues pour la caractérisation des fonds marins, application dont le reste du document est consacré. Ce travail a été réalisé dans le cadre du projet ASEMAR du pôle Mer Bretagne.

Dans ce chapitre, nous nous focalisons sur les principes de la caractérisation des fonds marins à partir d'images sonar qui sert comme application au chapitre 6 suivant. Nous présentons tout d'abord ci-dessous les images sonar, comment en extraire la texture et comment la caractériser. La section 5.2 décrit ensuite une façon originale d'évaluer la classification d'images et la segmentation qui en découle. Dans la section 5.3, nous illustrons cette approche dans le cas de la fusion de classifieurs pour laquelle nous comparons deux modèles de fonctions de masse.

### 5.1.1 Les images sonar

Les images sonar sont obtenues à partir des mesures temporelles faites en traînant à l'arrière d'un bateau un sonar qui peut être latéral, frontal, ou multifaisceaux. Chaque signal émis est réfléchi sur le fond puis reçu sur l'antenne du sonar avec un décalage et une intensité variable. Pour la reconstruction sous forme d'images, un grand nombre de données physiques (géométrie du dispositif, coordonnées du bateau, mouvements du sonar, ...) est pris en compte, mais elles sont entachées des bruits de mesures dus à l'instrumentation. À ceci viennent s'ajouter des interférences dues à des trajets multiples du signal (sur le fond ou la surface), à des bruits de chatolement, ou encore à la faune et à la flore (voir Legris *et al.* (2003)). Les images sont donc entachées d'un grand nombre

d'imperfections telles que l'imprécision et l'incertitude.

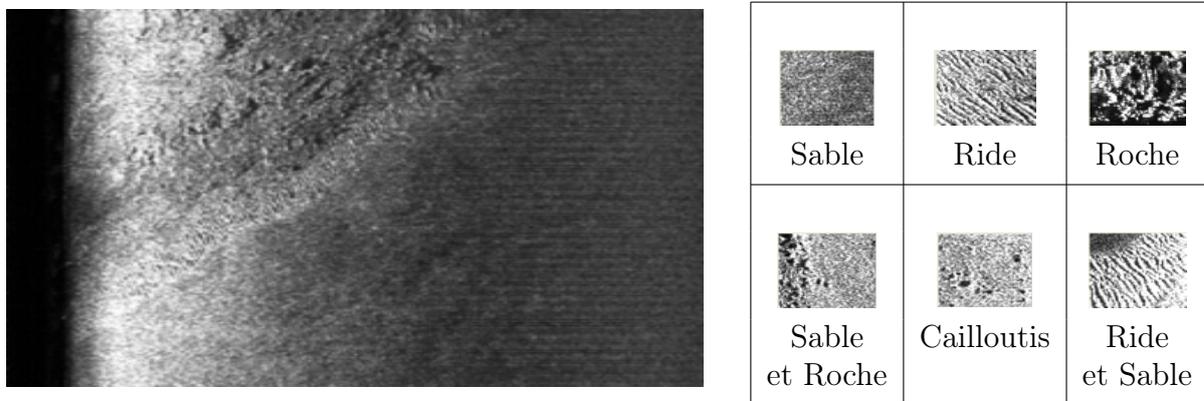


Tableau 5.1 – Exemple d'image sonar (fourni par le GESMA) et d'images extraites.

Les données dont nous disposons consistent en 42 images fournies par le GESMA (Groupe d'Études Sous-Marine de l'Atlantique) qui ont été obtenues à partir d'un sonar Klein 5400 avec une résolution de 20 à 30 cm en azimut et de 3 cm en distance. La profondeur du fond est comprise entre 15 et 40 m.

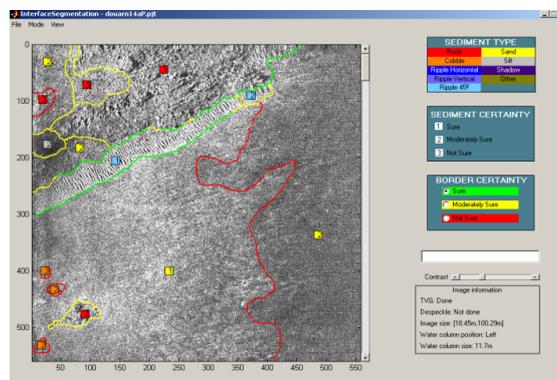


Figure 5.1 – Manual Segmentation Interface.

Trois experts ont renseigné manuellement ces images à partir d'une interface présentée sur la figure 5.1 développée durant les stages d'élèves de deuxième année de Domenech et Ndjeng Ndjeng (2004) et de Artigues et Billard (2005) ainsi que durant la thèse de Laanaya (2007). L'utilisateur peut ainsi indiquer les zones de roche, cailloutis, sable, vase, ride (horizontal ou à 45 degrés), ombre ou autre (typiquement des navires). De plus, l'expert donne pour chaque information de texture la certitude qu'il en a en termes de sûr, moyennement sûr et pas sûr. En outre, les frontières indiquées par l'expert entre deux types de sédiments sont aussi accompagnées d'une certitude de même type. Pour chaque pixel, nous avons ainsi une information de type de texture ou frontière avec la certitude associée à l'information. Il est à souligner qu'il est difficile pour un expert humain d'indiquer les

informations sur les frontières et les types de sédiments. La figure 5.2 montre la différence d'interprétation et de certitude associée entre deux experts.

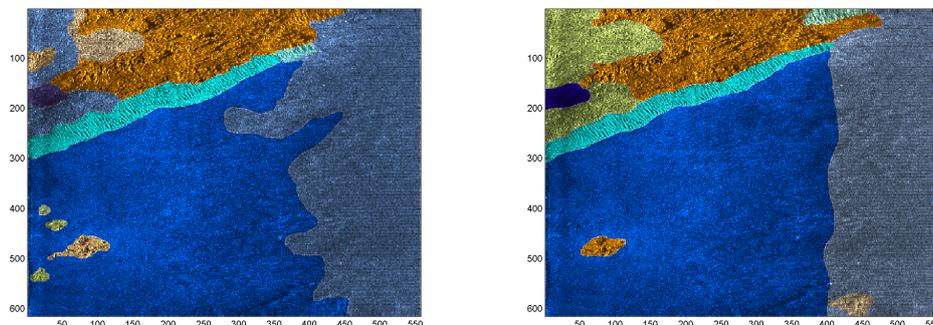


Figure 5.2 – Segmentation donnée par deux experts différents.

La proportion de chaque type de texture pour les trois experts ayant renseigné les images est donnée dans le tableau 5.2. Nous pouvons souligner que la proportion des différentes textures est très différente ce qui peut poser un problème d'apprentissage de classifieurs. Cependant les proportions données par les trois experts sont assez semblables. Les textures de sable et de vase sont les plus présentes alors que les textures d'ombre et autre sont très peu représentées sur ces images.

	Expert 1	Expert 2	Expert 3
Roche	9.64	9.62	12.78
Cailloutis	6.00	3.71	8.42
Ride	13.96	15.98	13.53
Sable	26.97	35.62	28.40
Vase	42.85	34.57	35.20
Ombre	0.55	0.44	0.26
Autre	0.10	0.05	1.40

Tableau 5.2 – Proportion des différentes textures dans la base de données (%)

### 5.1.2 Classification des images sonar

La classification des images sonar est un problème difficile en soi. Les méthodes de caractérisation automatique consistent en des méthodes d'analyse de texture, les images de fonds marins présentant en effet des zones de sédiments homogènes ou non qui peuvent s'apparenter à des textures. La littérature concernant les méthodes d'analyse de la

texture est abondante et le choix de l'une ou de plusieurs d'entre elles dépend très souvent de l'image et de l'application. Ces méthodes fournissent généralement un ensemble assez restreint de caractéristiques pertinentes qui permettent de classer l'image en un ou plusieurs types de sédiments.

### Extraction des caractéristiques de texture

Les fonds marins représentés sur les images sonar sont caractérisés par différentes textures. En termes linguistiques, la texture représente la rugosité, le contraste, la finesse, la régularité... La texture est donc une information contextuelle qui doit être déterminée sur un ensemble de pixels. C'est pourquoi nous cherchons à déterminer des caractéristiques de texture sur des imagerie de tailles variables telles que  $16 \times 16$  ou  $32 \times 32$  pixels.

Avant d'extraire les caractéristiques sur les images sonar, celles-ci ont généralement subi un prétraitement afin de corriger d'une part la variation du gain et d'autre part de réduire le bruit de chatolement donnant un aspect granulaire aux images sonar. Ces prétraitements sont décrits dans Leblond (2006) et Laanaya (2007).

Les méthodes d'extraction de caractéristiques de texture que nous allons employer ici sont celles décrites dans Martin *et al.* (2004). Chaque méthode permet de calculer des caractéristiques différentes, parfois redondantes entre elles, mais avec des caractéristiques propres à la méthode d'extraction.

Les matrices de co-occurrence sont calculées en comptant les occurrences identiques de niveaux de gris entre deux pixels contigus. Quatre directions sont considérées : 0, 45, 90 et 135 degrés. Dans ces quatre directions, six caractéristiques d'Haralick *et al.* (1973) peuvent être calculées : l'homogénéité, le contraste, l'entropie, la corrélation et l'uniformité. Un des problèmes principaux de cette approche est la non invariance en translation. Les imagerie de rides auront donc des caractéristiques différentes selon la direction de celles-ci.

Les matrices de longueurs de plages sont obtenues en comptabilisant les pixels consécutifs possédant le même niveau de gris dans les quatre directions précédemment considérées. Dans chacune des directions, cinq caractéristiques sont calculées : la proportion de petite longueur de plage, la dispersion des plages entre les niveaux de gris et entre les longueurs et le pourcentage des longueurs de plage. Cette approche est bien adaptée aux images optiques faiblement bruitées. Dans le cas des images sonar, où un bruit de chatolement est fortement présent, il faudrait soit supprimer complètement ce bruit soit adapter le calcul des caractéristiques. Nous conservons cependant cette approche dans la suite afin d'évaluer la robustesse de la fusion aux mauvaises caractéristiques de texture.

La troisième approche retenue est une transformée en ondelettes. Les deux approches précédentes ne permettent pas de tenir compte de l'invariance dans les directions. La transformée en ondelettes discrète invariante en translation est fondée sur le choix de la transformation optimale pour chaque niveau de décomposition. Chaque niveau de décomposition fournit quatre images, sur lesquelles nous calculons trois caractéristiques : l'énergie, l'entropie, et une moyenne. Nous retenons un niveau de décomposition de trois ce qui fournit 63 caractéristiques au classifieur.

Enfin, une approche fondée sur les filtres de Gabor permet de résoudre le problème des rides. En effet, nous considérons cinq fréquences différentes pour six directions ce qui donne trente filtres. Sur ces filtres, nous calculons quatre caractéristiques statistiques :

le maximum de l'écart-type d'un sédiment considéré, la moyenne de tous les filtres, la moyenne dans la direction horizontale (celle des pings du sonar) et l'écart-type avant filtrage.

### Classification de la texture

Une fois les caractéristiques de texture extraites sur les imagerie, nous pouvons chercher à déterminer à quel type de texture elles appartiennent. À partir de ces données, nous distinguerons par la suite différents cadres de discernement correspondant à différents sous-ensembles des textures que l'expert humain a su mettre en évidence : roche, cailloutis, sable, vase, ride, ombre et autre.

À des fins d'illustration, nous employons dans ce qui suit des classifieurs très couramment utilisés tels que les réseaux de neurones, les machines à vecteurs de support (SVM) (que nous avons particulièrement étudié sur ces données dans le travail de master recherche de Bougmati (2004) et dans la thèse de Laanaya (2007)), et le classifieur bayésien. Nous ne décrivons pas ici le principe de ces classifieurs pour lequel de nombreux ouvrages ont été publiés. Nous rappelons simplement, qu'à partir d'un apprentissage, le classifieur tente d'attribuer à une observation décrite par un jeu de caractéristiques, une des classes considérées dans le cadre de discernement précédemment défini.

Il existe cependant des classifieurs fondés sur la théorie des fonctions de croyance, nommés classifieurs crédibilistes, qui permettent de tenir compte directement des incertitudes et imprécisions au niveau de l'apprentissage. Dencœux (1995) propose ainsi un modèle de fonctions de masse définissant un classifieur  $k$ -plus proches voisins crédibiliste que nous utilisons dans la suite. Dencœux (2000) a également proposé un réseau de neurones crédibiliste, alors que dans Martin et Osswald (2008), nous proposons un simple multi-perceptron crédibiliste. Cet apprentissage crédibiliste est aussi utilisé dans Dencœux et Skarstein Bjanger (2000) et Vannoorenberghe et Dencœux (2002) pour des arbres de décision et dans Ambroise *et al.* (2001) et Vannoorenberghe et Smets (2005) pour un algorithme  $EM$  d'optimisation crédibiliste. Nous avons également utilisé les machines à vecteurs de support dans Laanaya *et al.* (2006), afin de faire de la régression sur les fonctions de croyance permettant ainsi une classification que nous avons testée dans Laanaya *et al.* (2007) sur les images sonar.

## 5.2 Évaluation à partir de données incertaines

La classification d'images texturées est un problème difficile en soi, mais néanmoins fondamentale dans de nombreuses applications. De multiples caractéristiques peuvent être extraites de l'image à classifier, et de nombreux algorithmes peuvent être employés, *cf.* Russ (2002). Il est donc nécessaire d'évaluer leur performance dans le but de les comparer et de choisir celui le mieux adapté à une application donnée.

Par exemple, sur les images sonar, l'expert humain doit être capable de classifier les types de fonds présents sur les images. De nombreux types de fonds peuvent être présents sur une même image, et la classification doit être effectuée localement sur l'image : au niveau du pixel, ou plus généralement lorsqu'il s'agit de texture sur des imagerie par exemple de tailles  $16 \times 16$  ou  $32 \times 32$  pixels, prises comme unité de classification. Nous

pouvons ainsi obtenir une segmentation implicite issue de la classification et dépendant de la taille de l'imagette. Une image sera donc segmentée en plusieurs régions, chacune correspondant à une classe (*i.e.* un type de fond) donnée par le classifieur.

Les méthodes de classification d'images sont généralement évaluées à partir des matrices de confusion. Des taux de bonne classification et des taux d'erreur peuvent en découler facilement. Pour construire la matrice de confusion, nous devons connaître les vraies classes de chaque unité de l'image. Elle ne donne cependant pas d'évaluation de la segmentation induite par le classifieur.

Pour évaluer la segmentation d'une image, il ne faut pas considérer uniquement le rendu visuel par comparaison avec l'image originale, car ceci peut être trop subjectif et dépendant de l'image choisie. L'évaluation de la segmentation d'images reste un problème très étudié (voir Zhang (1996, 1997); Román-Roldán *et al.* (2001); Mena et Malpica (2005)). Nous pouvons distinguer deux cas : soit nous n'avons aucune connaissance *a priori* de la segmentation correcte, soit nous avons une connaissance *a priori* de la segmentation correcte. Le cas dans lequel nous nous plaçons ici nécessite d'avoir une connaissance *a priori* de la classification et donc de la segmentation induite à partir d'images de référence. Dans le but d'obtenir ces images de référence, nous avons développé dans le cadre de la thèse de Laanaya (2007) un logiciel d'aide à la segmentation manuelle, illustré par la figure 5.1. L'expert peut ainsi renseigner manuellement les images à partir d'une inspection visuelle. Zhang (1996) fournit un état de l'art des mesures de divergence couramment employées fondées sur différentes distances entre les pixels segmentés et les pixels référencés. La plupart du temps, seule une mesure des pixels mal segmentés est donnée. Dans Martin *et al.* (2006), nous avons proposé au contraire une étude liée d'une mesure de pixels bien segmentés et de pixels mal segmentés. En effet, en général, si un pixel n'est pas mal segmenté, il n'est pas nécessairement bien segmenté. De cette façon, si nous avons peu de pixels mal segmentés, mais aussi peu de pixels bien segmentés, la segmentation n'est pas bonne.

Nous pensons ainsi que pour une évaluation complète de la classification d'images, il est nécessaire d'avoir une évaluation conjointe de la classification (en considérant la matrice de confusion) et de la segmentation induite (à partir des mesures de pixels mal segmentés et bien segmentés).

Les données fournies par les experts contiennent la certitude de ceux-ci dans les informations renseignées. La section 5.2.1 présente comment intégrer la certitude de l'expert dans les matrices de confusion permettant de déduire des taux de bonne classification et des taux d'erreurs, mais aussi comment fusionner les informations issues de différents experts. Dans la section 5.2.2, nous détaillons les mesures permettant d'évaluer les pixels mal et bien segmentés tout en tenant compte de la certitude des experts.

### 5.2.1 Évaluation de la classification d'images

Dans cette section, nous décrivons l'approche proposée dans Martin (2006); Martin *et al.* (2006) pour l'évaluation de la classification fondée sur les matrices de confusion tenant compte de l'incertitude des experts et du fait qu'une unité de classification (l'imagette) peut contenir plus d'un type de sédiment. Cette approche d'évaluation est adaptée à l'évaluation de la classification d'images, mais peut être employée pour n'importe quel

type de données incertaines et/ou conflictuelles.

### Évaluation classique

Une première évaluation classique d'un classifieur peut être réalisée par comparaison des résultats du classifieur à la réalité. Un classifieur doit cependant être évalué dans de nombreuses configurations et testé à partir de nombreuses bases de test. Les résultats peuvent être très variables selon les données. Généralement cette évaluation est réalisée à partir des matrices de confusion.

Une matrice de confusion est composée des nombres  $cm_{i_r i_t}$  d'éléments de la classe  $i_r$  classifiés dans la classe  $i_t$ . Dans le but d'obtenir des taux facilement et de comparer différentes tailles de base de données, nous pouvons normaliser cette matrice :

$$Ncm_{i_r i_t} = \frac{cm_{i_r i_t}}{\sum_{i_t=1}^n cm_{i_r i_t}} = \frac{cm_{i_r i_t}}{N_{i_r}}, \quad (5.1)$$

où  $n$  est le nombre de classes considérées et  $N_{i_r}$  le nombre d'éléments dans la vraie classe  $i_r$ . De cette matrice de confusion normalisée, nous en déduisons un vecteur de taux de bonne classification donné par :

$$GCR_{i_r} = Ncm_{i_r i_r}, \quad (5.2)$$

et un vecteur de taux d'erreur de classification donné par :

$$ECR_{i_r} = \frac{1}{2} \left( \sum_{i_t=1, i_t \neq i_r}^n Ncm_{i_r i_t} + \sum_{i_r=1, i_r \neq i_t}^n \frac{Ncm_{i_r i_t}}{n-1} \right). \quad (5.3)$$

Ce taux d'erreur de classification est la moyenne des deux erreurs correspondant aux éléments d'une classe donnée  $i_r$  classifiés dans une autre classe (premier terme), et correspondant aux éléments classifiés dans une classe donnée  $i_t$  appartenant réellement à la classe  $i_r$  (second terme). Il n'est pas nécessaire de normaliser le premier terme car la matrice de confusion est normalisée sur les lignes, mais le second terme doit être normalisé par le nombre de lignes moins un (à cause de  $Ncm_{i_r i_r}$  correspondant à la bonne classification).

L'évaluation de la classification d'images doit être réalisée sur une base complète d'images et pas seulement visuellement à partir de quelques images. Par conséquent, nous devons sommer les matrices de confusion non normalisées obtenues pour chaque image pour effectuer la normalisation sur la base complète.

### Évaluation avec la certitude donnée par chaque expert

Nous pouvons considérer ici un cas général où l'information est donnée par un expert sur chaque pixel et le classifieur considère une unité de  $p \times p$  pixels. Sur chaque unité nous pouvons donc avoir plus d'une classe. Généralement les approches de classification ne peuvent trouver qu'une seule classe par unité. Pour tenir compte de telles unités hétérogènes,

nous considérons que si le classifieur trouve une de ces classes, c'est correct dans la proportion de cette classe trouvée dans  $p \times p$  pixels de l'unité et faux dans la proportion des autres classes selon l'unité. Par exemple, si l'expert considère une imagerie de taille  $16 \times 16$  pixels et déclare qu'une partie de l'imagerie de 50 pixels est de la classe 1 et que les 206 autres pixels sont de la classe 3. Si de plus le classifieur trouve que cette imagerie est de la classe 1, la matrice de confusion sera mise à jour par :  $cm_{11} \leftarrow cm_{11} + 50/256$  et  $cm_{31} \leftarrow cm_{31} + 206/256$ . La matrice de confusion n'est donc plus formée par des nombres entiers et  $N_{i_r}$ , la somme de la ligne  $i_r$ , n'est plus entière, mais la somme des colonnes reste entière.

Si l'expert peut fournir un degré de certitude sur la réalité du terrain perçu, lors de l'évaluation, nous devons tenir compte de façon différente d'une information sûre d'une autre moins certaine. Par exemple, l'expert peut être sûr qu'une partie de l'image sonar est de la roche, mais peut être très incertain en fin de portée entre de la vase et du sable. Les matrices de confusion classiques supposent que la réalité est parfaitement connue ce qui est rarement le cas sur des images réelles. Nous proposons donc d'intégrer ces différences de certitude à partir de différentes pondérations. Au niveau de la matrice de confusion, ces poids peuvent être intégrés facilement à partir d'une somme pondérée. Par exemple, si nous considérons trois niveaux de certitude (sûr, moyennement sûr et pas sûr), nous pouvons choisir arbitrairement les poids :  $2/3$ ,  $1/2$  et  $1/3$ . Si un expert considère qu'une imagerie est de la classe 1 (par exemple de la roche) en étant moyennement sûr, et si le classifieur trouve que cette imagerie est la classe 1, la matrice de confusion sera mise à jour par :  $cm_{11} \leftarrow cm_{11} + 1/2$ . Si au contraire le classifieur trouve que cette imagerie est la classe 2 (par exemple sable), la matrice de confusion sera mise à jour par :  $cm_{12} \leftarrow cm_{12} + 1/2$ . La somme des colonnes n'est donc plus entière.

Pour fusionner les différents avis d'experts en vue de l'évaluation d'un classifieur, il suffit de comparer les images classifiées avec toutes les images référencées par chaque expert. Nous obtenons ainsi autant de matrices de confusion non normalisées que d'experts, et nous pouvons les combiner simplement en les sommant. Ceci est aussi envisageable si les experts ne donnent pas d'avis gradués selon leur certitude, auquel cas le poids est égal pour chaque imagerie. Par simple addition des matrices de confusion non normalisées, nous pondérons naturellement les résultats en fonction de la taille des images ou du nombre d'images considérées.

Afin d'obtenir les différents taux précédemment introduits, nous normalisons la matrice de confusion telle que présentée par l'équation (5.1). Nous calculons ainsi le vecteur de bonne classification donné par l'équation (5.2) et le vecteur d'erreur de classification (5.3). À partir des matrices de confusion modifiées, ces taux ne sont plus des pourcentages. Par exemple, le taux de bonne classification n'est pas plus grand que le pourcentage d'images bien classées parce que les poids donnés par les images hétérogènes (conflituelles) ou par la certitude des experts sont des rationnels. Ces nouvelles matrices de confusion et les taux de bonne classification et d'erreur de classification permettent une évaluation tenant compte des images hétérogènes ainsi que de la certitude des experts.

### 5.2.2 Évaluation de la segmentation

La classification d'images produit une segmentation de l'image de façon implicite : les frontières entre régions sont données par la différence de classes entre deux imageries adjacentes. De façon à évaluer de manière complète la classification d'images, il faut donc évaluer également la segmentation induite.

De nombreuses approches peuvent être considérées pour obtenir les frontières à partir de la classification. Nous pouvons chercher à lisser plus ou moins les frontières par interpolation, nous considérons dans la suite qu'une frontière est simplement une succession de pixels.

Nous proposons donc de lier l'étude d'une mesure de pixels bien segmentés et l'étude d'une mesure de pixels mal segmentés. Généralement, seule une de ces mesures est considérée dans le cas avec connaissance *a priori* (cf. Zhang (1996); Kanoungo *et al.* (1995); Peli et Malah (1982)). La mesure de pixels bien segmentés est une mesure de bonne détection de frontières, tandis que la mesure de pixels mal segmentés est une mesure de mauvaise détection de frontières. Nous allons intégrer l'incertitude de l'expert sur la position et l'existence des frontières, en représentant cette incertitude par un poids.

#### Mesure de bonne détection de frontières

Nous cherchons tout d'abord pour un pixel de frontière trouvé  $f$ , la distance minimale  $d_{fe}$  entre  $f$  et tous les pixels de frontière fournis par l'expert  $e$ . Le pixel  $e$  est donc une fonction de  $f$  que nous pourrions noter  $e_f$ , mais pour simplifier les notations, nous le noterons simplement  $e$  dans la suite. Nous prenons ici la distance euclidienne, mais d'autres distances sont possibles. Le poids de la certitude du pixel  $e$  donnée par l'expert est noté  $W_e$ . Nous définissons un vecteur de critère de bonne détection par :

$$DC_f = \exp(-(d_{fe} \cdot W_e)^2) \cdot W_e. \quad (5.4)$$

Ce critère donne une sorte de distribution gaussienne de poids ayant pour écart-type les poids de certitude tel que la figure 5.3 le montre.

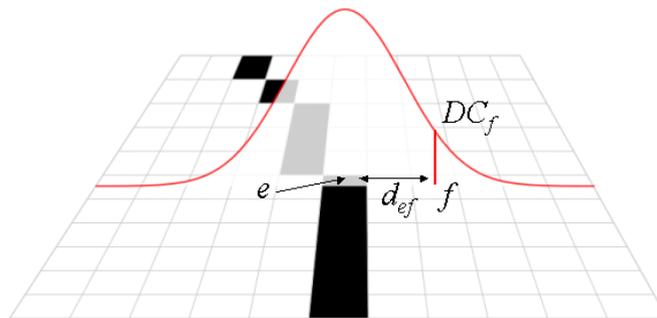


Figure 5.3 – Distance de pondération pour le critère de bonne détection.

La mesure de bonne détection de frontières est définie par le critère normalisé de bonne

détection donné par :

$$WDC = \frac{\sum_f DC_f}{(\max_f(DC_f) \cdot \sum_e W_e)^a}. \quad (5.5)$$

Cette mesure est donc définie entre 0 et 1. Pour des applications réelles, ce critère reste petit même pour de très bonnes détections de frontières, ainsi nous pouvons prendre  $a = 1/6$  afin d'accentuer les petites valeurs.

Ce critère permet de ne prendre en compte que la distance de la frontière trouvée au contour fourni par l'expert. Cependant, la frontière de référence a une direction locale qui est un autre aspect à considérer. En effet, par exemple une frontière trouvée peut croiser orthogonalement une frontière de référence : dans ce cas une partie des pixels de la frontière trouvée est très proche (en termes de distance) des pixels de la frontière de référence, mais ce n'est pourtant pas une bonne détection.

Afin de considérer la direction locale, nous comptons pour un pixel  $f$  donné de la frontière trouvée, combien de pixels de cette même frontière trouvée sont liés par la distance minimale au même pixel  $e$  de la frontière de référence. Ce nombre est noté  $n_{ef}$ , par exemple sur la figure 5.4 nous avons  $n_{ef} = 3$  pour trois différents  $f$ . Nous redéfinissons donc la mesure de bonne détection pour tenir compte de la direction locale par :

$$WDC = \frac{\sum_f DC_f/n_{ef}}{(\max_f(DC_f/n_{ef}) \cdot \sum_e W_e)^a}. \quad (5.6)$$

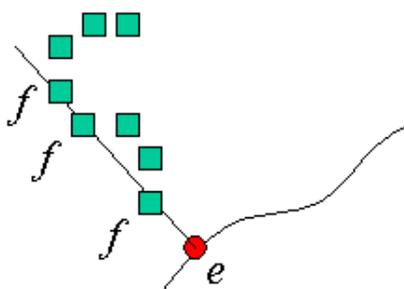


Figure 5.4 – Exemple de  $n_{ef}$  pour trois pixels  $f$  donnés, la frontière trouvée est représentée par des carrés verts et la frontière de référence par une ligne noire.

Le nombre  $n_{ef}$  ne représente cependant pas forcément le nombre de pixels de la même frontière et ne tient compte que des directions orthogonales. Cette mesure permet quand même une bonne évaluation de la proportion des frontières trouvées. Dans Martin *et al.* (2006), nous avons proposé une approche fondée sur les flux de vecteurs gradients afin de tenir compte de toutes les directions d'intersection.

### Mesure de fausse détection de frontières

La mesure de fausse détection de frontières est fondée sur le même principe que la mesure de bonne détection de frontières, mais la sorte de distribution gaussienne de

pondération doit être inversée. Nous pouvons ainsi définir un critère de fausse détection par :

$$FDC_f = 1 - DC_f/W_e, \quad (5.7)$$

où les pixels  $f$  et  $e$  sont liés par la distance minimale  $d_{fe}$ . La mesure de fausse détection de frontières peut alors être définie par le critère de fausse détection normalisé, donné par :

$$FD = 1 - \exp\left(-\frac{\sum_f (FDC_f \cdot n_{ef})}{\max_f (FDC_f \cdot n_{ef}) \cdot \sum_e W_e}\right). \quad (5.8)$$

Nous avons décrit deux mesures  $FD$  et  $WDC$  qui permettent de comparer la segmentation de deux images : une image classifiée par un algorithme et une image fournie par un expert. Afin d'évaluer une méthode de segmentation d'images sur beaucoup d'images et/ou de fusionner les avis des experts, nous pouvons utiliser une somme pondérée de ces deux mesures. Les poids sont donnés par les tailles des images qui peuvent être différentes selon les images considérées.

Nous allons illustrer ces mesures dans le cadre de la fusion de classifieurs sur des images sonar.

## 5.3 Fusion de classifieurs

Nous avons étudié et comparé la fusion de classifieurs à partir de différentes approches de fusion telles que le vote pondéré, la théorie des possibilités, les intégrales floues et la théorie des fonctions de croyance sur des données radar dans Martin et Radoi (2004) ainsi que sur des données sonar Martin (2005a) pour différentes architectures. Nous pouvons considérer différents classifieurs dont les résultats sont fusionnés (*cf.* Martin (2005b)) ou bien différentes approches d'extraction de caractéristiques donnant autant de classifications dont les résultats sont fusionnés (*cf.* le travail de master recherche de Sévellec (2004) ainsi que Martin *et al.* (2004)).

Nous reprenons ici l'approche présentée dans Martin (2005a) dans le cadre de la caractérisation des fonds marins à partir d'images sonar. Nous présentons les résultats avec l'approche complète d'évaluation présentée dans la section 5.2. En effet, une simple évaluation visuelle telle que réalisée dans Le Chenadec et Boucher (2005) et Lianantonakis et Petillot (2005) n'est pas suffisante pour la classification d'images sonar et la segmentation qui en découle.

Nous présentons dans un premier temps la modélisation retenue pour les fonctions de masse, puis les résultats sur notre base de données.

### 5.3.1 Modélisation des fonctions de masse

Dans la théorie des fonctions de croyance, la première difficulté est le choix de la fonction de masse. Plusieurs approches assez génériques ont été proposées. Bloch (2003) en a présenté quelques unes. Nous en retenons ici deux : l'une fondée sur un modèle probabiliste d'Appriou (2002) et l'autre sur une transformation en distance de Dencœur (1995, 1997b).

Appriou (2002) propose deux modèles répondant à trois axiomes qui impliquent la considération de  $n * m$  fonctions de masse aux seuls éléments focaux possibles  $\{\theta_i\}$ ,  $\{\theta_i^c\}$  et  $\Theta$ . Un axiome garantit de plus l'équivalence avec l'approche bayésienne dans le cas où la réalité est parfaitement connue (méthode optimale dans ce cas). Ces deux modèles sont sensiblement équivalents sur nos données, nous utilisons ici le modèle donné pour une observation  $x$  fournie par une source  $S_j$  par :

$$\begin{cases} m_{ij}^x(\theta_i) = \frac{\alpha_{ij} R_j p(S_j/\theta_i)}{1 + R_j p(S_j/\theta_i)} \\ m_{ij}^x(\theta_i^c) = \frac{\alpha_{ij} R_j}{1 + R_j p(S_j/\theta_i)} \\ m_{ij}^x(\Theta) = 1 - \alpha_{ij} \end{cases} \quad (5.9)$$

où  $p$  est une probabilité,  $R_j = (\max_{i,j} p(S_j/\theta_i))^{-1}$  est un facteur de normalisation, et  $\alpha_{ij} \in [0, 1]$  est un coefficient d'affaiblissement permettant de tenir compte de la fiabilité d'une source  $S_j$  pour une classe  $\theta_i$ , que nous choisissons ici égale à 1.

La difficulté de ce modèle est alors l'estimation des probabilités  $p(S_j/\theta_i)$ . Dans le cas où la donnée de la source  $S_j$  est la réponse d'un classifieur exprimée sous la forme de la classe (donnée symbolique), l'estimation de ces probabilités peut être faite par les matrices de confusion sur une base d'apprentissage. Si la réponse du classifieur est une donnée numérique, l'estimation de telles probabilités peut se faire soit par une approche fondée sur les fréquences, soit sous l'hypothèse de la distribution suivie par ces probabilités. Dans ce dernier cas l'estimation est généralement plus délicate, nous retiendrons donc ce modèle pour la fusion d'informations haut niveau des données symboliques.

En revanche, le modèle de distance fondée sur une transformation en distance proposée par Dencœux (1995) est plus adaptée à la fusion d'informations haut niveau des données numériques. En effet, les fonctions de masse sont définies pour une observation  $x$  fournie par la source  $S_j$  par :

$$\begin{cases} m_{ij}^x(\theta_i/x^{(t)}) = \alpha_{ij} \varphi_i(d(x, x^{(t)})) \\ m_{ij}^x(\Theta/x^{(t)}) = 1 - \alpha_{ij} \varphi_i(d(x, x^{(t)})) \end{cases} \quad (5.10)$$

où  $(x^{(t)})$  est un vecteur d'apprentissage des réponses des sources,  $\alpha_{ij} \in [0, 1]$  est un coefficient d'affaiblissement,  $d$  est une distance à déterminer entre  $x$  et  $x^{(t)}$ ,  $\theta_i$  est la classe associée à  $x^{(t)}$ , et  $\varphi_i$  est une fonction vérifiant :

$$\begin{cases} \varphi_i(0) = 1, \\ \lim_{d \rightarrow +\infty} \varphi_i(d) = 0. \end{cases} \quad (5.11)$$

Il existe un grand nombre de fonctions  $\varphi_i$  vérifiant ces égalités, sans qu'il y ait une méthode pour le choix de ces fonctions. Dans le cas d'une distance euclidienne, Dencœux (1995) propose la fonction :

$$\varphi_i(d) = \exp(-\gamma_i d^2), \quad (5.12)$$

où  $\gamma_i > 0$  est un paramètre associé à la classe  $\theta_i$ .  $\gamma_i$  peut être initialisé comme l'inverse de la distance moyenne entre les vecteurs d'apprentissage vérifiant  $\theta_i$ . La distance  $d(x, x^{(t)})$

peut être considérée uniquement pour les  $k$ -plus proches voisins de  $x$  afin de réduire le temps de calcul. Une méthode d'optimisation de  $\gamma_i$  est proposée dans Zouhal et Dencœux (1998) obtenue par minimisation du critère d'erreur :

$$E = \sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^Q (\text{betP}^{(t)}(\theta_i) - u_i^{(t)})^2, \quad (5.13)$$

où  $u_i^{(t)}$  est l'indicateur d'appartenance du vecteur d'apprentissage  $x^{(t)}$  à la classe  $\theta_i$ , (*i.e.*  $u_i^{(t)} = 1$  si la classe de  $x^{(t)}$  est  $\theta_i$  et 0 sinon).  $\text{betP}^{(t)}(\theta_i)$  est la probabilité pignistique (1.5) de  $\theta_i$  pour le vecteur  $x^{(t)}$ . En répétant  $Q$  fois l'opération, nous obtenons  $Q$  fonctions de masse.

La différence de fond avec les modèles d'Appriou (2002) est qu'ici il faut estimer une distance au lieu d'une probabilité. La distance, généralement euclidienne, est plus adaptée aux données numériques, tandis que l'estimation des probabilités est ici plus aisée pour des données symboliques. Il est bien sûr possible de définir des distances sur des données symboliques, et même sur des données mixtes, dédiées à la problématique. Dans le cas d'une distance euclidienne, notons que nous obtenons une fonction de masse proche de celle obtenue par un modèle d'Appriou sous l'hypothèse d'une distribution gaussienne. Nous comparons donc ces deux approches pour la fusion d'informations avec des données de type symbolique pour le modèle probabiliste et numérique pour le modèle de distance.

La combinaison des fonctions de masse sera réalisée par la règle conjonctive (1.7) et la décision sera réalisée par le maximum de la probabilité pignistique.

### 5.3.2 Présentation des résultats

Nous allons comparer ici les deux modèles de fonctions de masse présentées à la section précédente pour la caractérisation des images sonar. Nous considérons donc les quatre approches d'extraction de caractéristiques de texture présentées dans la section 5.1.2 : les matrices de co-occurrence, les longueurs de plage, une transformée en ondelette et un filtrage de Gabor. Ces approches donnent respectivement 24, 20, 63 et 4 caractéristiques de texture.

Nous considérons ici six classes différentes données dans le tableau 5.3.2. Les images sont considérées comme une succession d'images de taille  $32 \times 32$  pixels, équivalent à  $6,40 \text{ m}^2$  environ. À partir des 42 images, nous obtenons alors 38997 images, unité de la classification. La proportion d'images selon le nombre de différentes textures présentes sur une image est donnée dans le tableau 5.3.2 pour chaque expert. Ces proportions sont très semblables pour les trois experts.

À partir des fonctions de masse définies dans la section précédente, nous pouvons calculer le conflit global entre les trois experts qui est de 0.2244. Ce conflit provient essentiellement des différences d'opinion entre les trois experts et non pas des images contenant plus d'un type de texture. En effet, nous avons un faible auto-conflit d'ordre 3 (*i.e.* le conflit issu de la combinaison des mêmes fonctions de masse d'un expert trois fois, *cf.* équation (2.3)). Les valeurs de l'auto-conflit pour les trois experts sont : 0.0496, 0.047 et 0.0414.

classe	sédiment
$\theta_1$	roche
$\theta_2$	cailloutis
$\theta_3$	ride
$\theta_4$	sable
$\theta_5$	vase
$\theta_6$	ombre et autre

Tableau 5.3 – Répartition des textures en classes.

	Expert 1	Expert 2	Expert 3
1 texture	77.79	79.65	79.94
2 textures	20.70	19.30	19.33
3 textures	1.48	1.03	0.72
4 textures	0.04	0	0
5 textures	0	0	0
6 textures	0	0	0

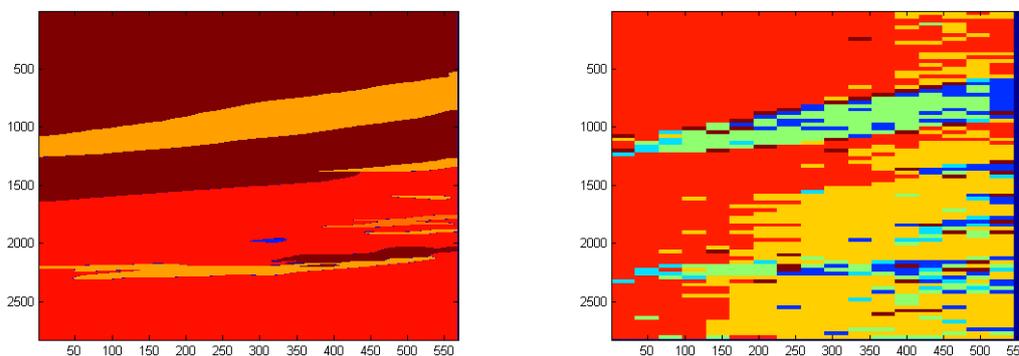
Tableau 5.4 – Proportion d’imagettes selon le nombre de différentes textures présentes (%).

Les quatre jeux de caractéristiques sont considérés indépendamment en entrée d’un perceptron multicouches présenté dans Martin (2005a), ayant ainsi des couches d’entrée de 24, 63, 20 et 4 neurones et une couche de sortie de 6 neurones correspondant aux six classes de sédiments considérés. L’apprentissage est réalisé pour une fonction sigmoïdale de sortie donnant ainsi pour chacun des neurones  $\eta$  de la couche de sortie une valeur réelle  $o_\eta \in [0, 1]$ . Ces valeurs  $o_\eta$  constituent les données numériques sur la décision des classifieurs. Les décisions symboliques sont obtenues en considérant pour chaque classifieur le maximum des  $o_\eta$ , indiquant ainsi la classe  $\theta_d$  préférée par chaque perceptron.

La base de données est divisée en trois parties. La première partie composée de 20 images (avec seulement 12505 imagettes) est employée pour l’apprentissage du perceptron. La deuxième partie de 10 images (composée de 12650 imagettes) sert à l’apprentissage des deux modèles de fonctions de masse. L’apprentissage est uniquement effectué à partir des informations fournies par l’expert 1. Les dernières 12 images (correspondant à 13841 imagettes) sont utilisées pour l’évaluation de la fusion de classifieurs en considérant les informations données par les deux autres experts.

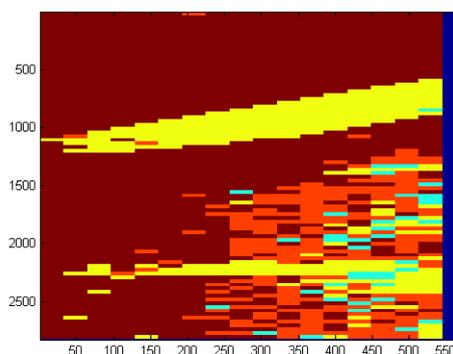
La figure 5.5 présente la segmentation manuelle et la classification automatique obtenue par les deux approches de modèles de fonctions de masse sur une image de la base de données. La partie bleue de l’image correspond à une zone non considérée par le classifieur

provenant du découpage de l'image en imagerie. Cette figure 5.5 présente des résultats de classification relativement satisfaisants sur cette image. Nous ne pouvons cependant pas dire de manière objective si la classification est bonne ou non ou encore laquelle des deux approches de fusion est la meilleure. De plus, les résultats sur cette image ne sont peut-être pas représentatifs de l'ensemble de la base. Nous allons donc étudier les résultats à partir des mesures définies à la section 5.2.



(a) Segmentation manuelle donnée par un expert.

(b) Segmentation automatique donnée par le modèle probabiliste.



(c) Segmentation automatique donnée par le modèle de distance.

Figure 5.5 – Comparaison visuelle de la classification et segmentation manuelle et automatique selon le modèle de fonctions de masse.

Nous choisissons ici les poids :  $2/3$ ,  $1/2$  et  $1/3$ , pour respectivement les niveaux de certitude : sûr, moyennement sûr et pas sûr.

Dans un premier temps, nous comparons les résultats obtenus à partir des informations fournies par l'expert 2. La matrice de confusion normalisée sur la partie de la base de

données dédiée à l'évaluation pour le modèle probabiliste (5.9) est la suivante :

$$M_p = \left( \begin{array}{cccccc} \text{roche} & \text{cailloutis} & \text{ride} & \text{sable} & \text{vase} & \text{autre} \\ 0.00 & 0.01 & 0.00 & 0.01 & 0.01 & 99.97 \\ 13.49 & 24.62 & 0.00 & 33.31 & 0.00 & 28.57 \\ 5.37 & 2.92 & 47.70 & 22.33 & 3.46 & 18.22 \\ 8.78 & 3.10 & 6.97 & 59.51 & 21.05 & 0.59 \\ 0.20 & 0.28 & 0.99 & 16.41 & 82.10 & 0.00 \\ 39.45 & 0 & 0 & 0 & 29.57 & 30.97 \end{array} \right) \quad (5.14)$$

Pour le modèle de distance (5.10) la matrice de confusion normalisée est :

$$M_d = \left( \begin{array}{cccccc} \text{roche} & \text{cailloutis} & \text{ride} & \text{sable} & \text{vase} & \text{autre} \\ 0 & 0.01 & 99.97 & 0.01 & 0.02 & 0 \\ 0 & 32.05 & 20.74 & 34.05 & 13.16 & 0 \\ 0 & 2.90 & 51.51 & 9.28 & 36.31 & 0 \\ 0 & 2.24 & 4.08 & 28.93 & 64.74 & 0 \\ 0 & 0.00 & 0.14 & 4.42 & 95.44 & 0 \\ 0 & 0 & 30.96 & 0 & 69.03 & 0 \end{array} \right) \quad (5.15)$$

Nous pouvons constater que l'approche fondée sur le modèle de distance ne classe pas la roche et la classe autre. La plupart des imagettes est classée en ride et vase et peu en sable. Le modèle probabiliste permet de reconnaître toutes les textures. Dans le but de résumer ces matrices, nous pouvons calculer les vecteurs de bonne classification et d'erreur de classification donnés par [0 24.62 47.70 59.51 82.10 30.97] et [94.30 59.13 54.55 82.84 71.18 148.05] pour le modèle probabiliste et par [0 32.05 51.51 28.94 95.44 0] et [50.00 64.03 144.84 72.88 149.43 50.00] pour le modèle de distance. Nous rappelons qu'il ne s'agit pas de pourcentage car nous tenons compte des incertitudes de l'expert par pondération avec les poids fixés. Le taux moyen issu du vecteur de bonne classification fournit une moyenne du taux de bonne classification. Nous obtenons ici 62.43 pour le modèle probabiliste et 50.55 pour le modèle de distance. Nous pouvons également étudier la différence entre les imagettes homogènes et hétérogènes. Par exemple pour le modèle probabiliste, la matrice de confusion normalisée sur les imagettes homogènes est donnée par :

$$M_p^h = \left( \begin{array}{cccccc} \text{roche} & \text{cailloutis} & \text{ride} & \text{sable} & \text{vase} & \text{autre} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 100.00 \\ 13.49 & 24.62 & 0 & 33.31 & 0 & 28.58 \\ 5.37 & 2.92 & 47.70 & 22.33 & 3.46 & 18.22 \\ 8.78 & 3.10 & 6.97 & 59.51 & 21.05 & 0.59 \\ 0.21 & 0.28 & 0.99 & 16.41 & 82.10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \quad (5.16)$$

Sur les imagettes hétérogènes, elle est donnée par :

$$M_p^i \left\{ \begin{array}{cccccc} \text{roche} & \text{cailloutis} & \text{ride} & \text{sable} & \text{vase} & \text{autre} \\ 25.50 & 11.12 & 7.41 & 15.09 & 14.14 & 26.73 \\ 20.97 & 17.84 & 8.32 & 34.02 & 8.15 & 10.71 \\ 13.50 & 5.71 & 30.29 & 29.73 & 7.75 & 13.02 \\ 11.21 & 5.79 & 11.86 & 44.95 & 21.33 & 4.85 \\ 13.79 & 3.24 & 10.24 & 16.40 & 53.55 & 2.77 \\ 39.46 & 0 & 0 & 0 & 29.58 & 30.97 \end{array} \right\} \quad (5.17)$$

Nous observons une différence importante. Le taux de bonne classification sur les imagettes homogènes (62.43) est meilleur que sur les imagettes hétérogènes (39.99). Nous constatons ainsi que la classification sur les imagettes hétérogènes est une réelle difficulté. Nous proposons à la section 6.2 une solution pour ce type de données conflictuelles.

La figure 5.5 semble indiquer une meilleure segmentation avec le modèle de distance qu'avec le modèle probabiliste. Nous allons étudier la segmentation induite par la classification à partir des mesures définies, en notant que cette évaluation est très dépendante de la taille des imagettes, ici :  $32 \times 32$  pixels. Les mesures proposées, données respectivement par les équations (5.6) et (5.8) exprimées en pourcentage, donnent dans le cas probabiliste 59.84 pour le critère de bonne détection, 45.54 pour le critère de fausse alarme, et pour le modèle de distance 57.22 pour le critère de bonne détection et 48.54 pour le critère de fausse alarme. Les mesures de performances données par les critères de bonne détection et de fausse alarme sont meilleures pour la fusion fondée sur le modèle probabiliste que pour la fusion avec le modèle de distance. Nous devons cependant prendre garde de bien étudier les deux critères ensemble. En effet, sur la figure 5.5, le modèle probabiliste fournit de nombreuses frontières, ce qui lui donne ainsi plus de chance d'augmenter le critère de bonne détection, mais aussi d'augmenter le critère de fausse alarme.

Afin de confirmer ces résultats, nous pouvons fusionner ces mesures avec les mesures obtenues à partir de l'expert 3. Les vecteurs de bonne classification et d'erreur de classification sont respectivement donnés par [26.73 14.54 39.83 60.56 81.83 0] et [61.71 57.01 58.47 109.05 111.89 74.16] pour le modèle probabiliste et [0 17.94 48.02 30.09 95.83 0] et [50.00 63.31 70.10 87.40 169.54 50.00] pour le modèle de distance. Le taux moyen de bonne classification est de 58.39 pour le modèle probabiliste et de 49.24 pour le modèle de distance. Les résultats de l'évaluation de la segmentation sont donnés par les critères de bonne détection et de fausse alarme, valant respectivement 62.76 et 54.57 pour le modèle probabiliste et 60.83 et 55.90 pour le modèle de distance. Cette fusion des mesures montre que le modèle probabiliste donne ici de meilleurs résultats que le modèle de distance. Cependant la différence est plus faible qu'avec un seul expert.

## 5.4 Bilan

Ce chapitre présente les principes de la caractérisation des images sonar. Tout d'abord, le milieu sous-marin étant mal connu et d'observation difficile, l'imagerie sonar offre un moyen efficace d'imager rapidement de grandes zones de fonds si nous savons traiter ces images. Le traitement de ces images nécessite l'utilisation de méthodes d'extraction

de caractéristiques de texture et de méthodes de reconnaissance de formes. Les experts humains ne peuvent avec certitude indiquer une vérité terrain nécessaire à l'apprentissage d'algorithmes automatiques. Nous avons donc dans un premier temps défini une approche simple d'évaluation permettant de tenir compte des incertitudes et imprécisions des avis des experts, eux-mêmes en conflit, sur la vérité terrain.

Nous avons ensuite illustré cette approche en évaluant les performances de la fusion de classifieurs à partir de modèles de masse, montrant ainsi l'intérêt des fonctions de croyance pour la classification de ces données.

Cette même application illustre le chapitre suivant, où nous présentons différentes applications de gestion et utilisation du conflit dans le cadre de la théorie des fonctions de croyance. Cependant, afin de ne pas rendre trop confus la présentation des résultats dans la suite, nous nous restreignons à des évaluations plus classiques à partir des seules matrices de confusion en gardant en mémoire la difficulté d'obtenir une vérité terrain.



# Chapitre 6

## Gestion et utilisation du conflit en imagerie sonar

### Sommaire

---

<b>6.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>76</b>
<b>6.2</b>	<b>Décision sur des informations conflictuelles</b>	<b>76</b>
6.2.1	Modèle de fonctions de masse pour classifieurs binaires	76
6.2.2	Résultats et discussion	77
6.2.3	Bilan	80
<b>6.3</b>	<b>Utilisation du conflit pour le recalage d'images sonar</b>	<b>81</b>
6.3.1	Processus de recalage d'images	81
6.3.2	Recalage d'images fondé sur le conflit global	83
6.3.3	Résultats de recalage d'images sonar	84
6.3.4	Discussion	86
<b>6.4</b>	<b>Fonctions de croyance continues pour la classification</b>	<b>87</b>
6.4.1	Classification à partir de densités	87
6.4.2	Application des fonctions de croyance continues à la caractérisation des sédiments marins	89
<b>6.5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>93</b>

---

*Nous exposons ici plusieurs utilisations de la théorie des fonctions de croyance pour la caractérisation des fonds marins à partir d'images sonar. Nous présentons tout d'abord les avantages du processus de décision présenté au chapitre 2 pour rejeter et décider sur des informations conflictuelles liées à la structuration des données pour caractériser la texture de l'image. Nous montrons ensuite comment utiliser le conflit, au lieu de le supprimer, pour effectuer un recalage d'images nécessaire à la navigation de robots autonomes, réalisant simultanément la fusion des images classifiées. Enfin, nous présentons l'intérêt des fonctions de croyance continues pour la modélisation et la combinaison de distributions de caractéristiques de texture conflictuelles.*

## 6.1 Introduction

Le chapitre 5 précédent a présenté les méthodes générales pour la caractérisation des sédiments marins à partir d'images sonar. Nous avons en particulier soulevé le problème de la classification des imagerie hétérogènes pouvant contenir plus d'une texture. Ces imagerie hétérogènes sont considérées comme des informations conflictuelles et à ce titre il faut les considérer de façon particulière, particulièrement lors de l'étape de décision. Nous montrons dans ce chapitre comment prendre une décision sur ce type d'informations conflictuelles à partir de la théorie des fonctions de croyance. Nous montrons ainsi dans la section 6.2, les résultats de décision par l'approche décrite dans la section 2.4 permettant le rejet et une décision sur des informations conflictuelles. Sur ce type d'information, il ne faut donc pas chercher à supprimer le conflit qui offre une information à part entière. Le conflit global peut également être employé à bon escient en imagerie sonar. Nous montrons à la section 6.3 comment utiliser ce conflit pour recalibrer les images. En effet cette étape est essentielle pour automatiser la caractérisation des fonds marins sur de grandes régions.

Les caractéristiques de texture à la base de la classification des sédiments marins présentent des distributions très recouvertes. Si dès l'origine les caractéristiques sont identifiées aux sources d'information, elles sont alors en conflit. Pour modéliser ces distributions de caractéristiques, il faut aborder le problème sans le discrétiser. Nous finissons donc ce chapitre par la section 6.4 qui présente une utilisation des fonctions de croyance continues que nous comparons au classifieur bayésien.

## 6.2 Décision sur des informations conflictuelles

À la section 2.4 du chapitre 2 nous avons décrit un processus de décision permettant le rejet de données ainsi que de décider sur des unions et des intersections de classes. Nous avons vu précédemment la difficulté de bien classer des imagerie contenant plus d'une texture. Nous reprenons donc ici les travaux présentés dans Martin et Quidu (2008) et Martin (2008) donnant les résultats de classification à l'aide de ce processus de décision sur les images sonar.

Sur une même imagerie, il peut ainsi être préférable de décider qu'il y a par exemple du sable ou de la vase lorsque l'expert est peu sûr ou de rejeter si l'imagerie correspond à une classe non apprise (telle qu'une épave). Il faudrait également pouvoir décider qu'il y a du sable et de la vase lorsque l'expert est sûr et que sur l'imagerie considérée les deux textures apparaissent. Nous supposons ici posséder un classifieur binaire à partir duquel nous définissons les fonctions de masse. Nous employons dans la suite un classifieur de type SVM (*Support Vector Machine*), mais d'autres classifieurs binaires sont envisageables ou directement des classifieurs crédibilistes tels que présentés dans Dencœur (1995) et dans Laanaya *et al.* (2007) où nous donnons des résultats pour la classification d'images sonar.

### 6.2.1 Modèle de fonctions de masse pour classifieurs binaires

Le modèle de fonctions de masse employé ici pour combiner les différents classifieurs binaires issus du SVM est celui proposé dans Martin et Quidu (2008), d'autres approches de modélisation et combinaison sont cependant possibles, *cf.* par exemple Martin (2005a);

Quost *et al.* (2007); Aregui et Denœux (2007). Dans le cas un-contre-un considéré dans cette section, les  $n(n-1)/2$  fonctions de décision du classifieur sont notées  $f_{ii'}$  avec  $i < i'$  et  $i, i' = 1, \dots, n$ , où  $i$  et  $i'$  correspondent aux classes considérées  $\theta_i$  et  $\theta_{i'}$ . Nous définissons ainsi la fonction de masse en sortie de chaque classifieur binaire pour une observation  $x$  par :

$$\left\{ \begin{array}{l} m_{ii'}^x(\theta_i) = \alpha_{ii'} \cdot \left( (1 - \exp(-\frac{1}{\lambda_{ii',p}} f_{ii'}(x))) \mathbb{1}_{[0,+\infty[}(f_{ii'}(x)) \right. \\ \quad \left. + \exp(-\frac{1}{\lambda_{ii',n}} f_{ii'}(x)) \mathbb{1}_{]-\infty,0]}(f_{ii'}(x)) \right) \\ m_{ii'}^x(\theta_{i'}) = \alpha_{ii'} \cdot \left( \exp(-\frac{1}{\lambda_{ii',p}} f_{ii'}(x)) \mathbb{1}_{[0,+\infty[}(f_{ii'}(x)) \right. \\ \quad \left. (1 - \exp(-\frac{1}{\lambda_{ii',n}} f_{ii'}(x)) \mathbb{1}_{]-\infty,0]}(f_{ii'}(x)) \right) \\ m_{ii'}^x(\Theta) = 1 - \alpha_{ii'} \end{array} \right. \quad (6.1)$$

avec

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_{ii',p} = \frac{1}{l} \sum_{t=1}^l f_{ii'}(x) \mathbb{1}_{[0,+\infty[}(f_{ii'}(x)), \\ \lambda_{ii',n} = \frac{1}{l} \sum_{t=1}^l f_{ii'}(x) \mathbb{1}_{]-\infty,0]}(f_{ii'}(x)). \end{array} \right. \quad (6.2)$$

La règle de combinaison conjonctive normalisée (équation (3.1)) est employée ici sur les  $n(n-1)/2$  fonctions de masse du cas un-contre-un.

## 6.2.2 Résultats et discussion

Nous avons évoqué plusieurs approches d'extraction de texture. Martin (2005a) montre que les matrices de co-occurrence donnent de bonnes performances. Nous nous contentons donc ici de ne considérer que les six caractéristiques proposées par Haralick *et al.* (1973), qui sont : l'homogénéité, le contraste, l'entropie, la corrélation, la directivité et l'uniformité. La distance retenue est de 2 pixels et nous effectuons une moyenne sur les quatre directions : 0, 45, 90 et 135 degrés.

Nous utilisons la librairie *libSVM* de Chang et Lin (2001) pour les classifieurs binaires avec une stratégie un-contre-un. Sur la base du taux de bonne classification obtenu sur de nombreux tests dans la thèse de Laanaya (2007), nous retenons le noyau gaussien (avec  $\gamma = 1/6$  où 6 représente la dimension de l'espace de nos données) avec une pondération de l'erreur  $C = 1$ .

Les résultats présentés à la section 5.3 montrent qu'il est très difficile de discriminer la roche des cailloutis et le sable de la vase. Pour le sédimentologue, il est cependant important de pouvoir discriminer le sable de la vase, alors que la texture de ride peut être de sable ou de vase. Avec le point de vue du sédimentologue, nous considérons alors seulement trois classes de sédiments :  $\theta_1$ =roche-cailloutis,  $\theta_2$ =sable et  $\theta_3$ =vase. Dans le but d'évaluer notre processus de décision, nous considérons les rides comme une quatrième classe ( $\theta_4$ ) qui ne sera pas apprise par le classifieur.

Dans un premier temps, donnons des résultats de reconnaissance sur des imagettes homogènes. Nous considérons 1000 imagettes pour chaque type de texture considérée : roche-cailloutis ( $\theta_1$ ), sable ( $\theta_2$ ), vase ( $\theta_3$ ), et ride ( $\theta_4$ ). Les tableaux 6.1 et 6.2 donnent les résultats respectivement pour la décision pignistique et crédibilité avec rejet sur les singletons et décision selon le processus présenté en section 2.4.1 avec rejet puis sur les unions possibles. Nous constatons tout d'abord l'intérêt du rejet, car même si une partie des imagettes des classes apprises est rejetée, la plus grande part rejetée vient des rides (classe  $\theta_4$  non apprise). La part d'erreur la plus importante provient de la confusion entre sable ( $\theta_2$ ) et vase ( $\theta_3$ ) qui sont deux sédiments de texture homogène difficile à reconnaître pour l'expert comme nous l'avons mis en évidence à la section 5.3. Permettre de décider sur les unions montre bien cette difficulté : une part importante de ces imagettes de sable et vase est classée comme sable ou vase ( $\theta_2 \cup \theta_3$ ). De plus la classe ride, si elle n'est pas rejetée, est classée en roche ou sable ( $\theta_1 \cup \theta_2$ ) qui correspond aux erreurs les plus commises. Les rides (de sable bien souvent) sont de texture plus ou moins irrégulière (comme la roche) et d'intensité proche du sable lorsque les rides sont peu marquées.

	pignistique			avec rejet			
	$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta_3$	$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta_3$	$\theta_4$
$\theta_1$	867	131	2	825	73	2	100
$\theta_2$	31	835	134	17	655	98	230
$\theta_3$	9	348	643	4	216	590	190
$\theta_4$	567	415	18	486	232	13	269

Tableau 6.1 – Résultat de la décision pignistique et crédibilité avec rejet sur les singletons.

Les résultats du tableau 6.2 sont donnés pour  $r = 0.5$ . Sur ces données homogènes, cette valeur de  $r$  est un bon compromis entre singletons et unions comme nous l'avons montré dans Martin et Quidu (2008).

	$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta_3$	$\theta_1 \cup \theta_2$	$\theta_1 \cup \theta_3$	$\theta_2 \cup \theta_3$	$\theta_1 \cup \theta_2 \cup \theta_3$	$\theta_4$
$\theta_1$	504	30	2	352	0	11	1	100
$\theta_2$	0	211	24	89	0	432	14	230
$\theta_3$	0	52	431	22	0	291	14	190
$\theta_4$	131	104	6	420	0	49	21	269

Tableau 6.2 – Résultats avec rejet puis sur  $2^\Theta$ .

À présent si nous considérons la décision pignistique sur les éléments de cardinalité 4 dans  $D^\Theta$ , nous prenons donc la décision sur l'un des singletons ou  $I_2 = (\theta_1 \cap \theta_2) \cup (\theta_1 \cap \theta_3) \cup (\theta_2 \cap \theta_3)$ . Le tableau 6.3 montre que nous obtenons exactement les mêmes résultats qu'avec la décision du maximum de crédibilité avec rejet (tableau 6.1). L'hypothèse de

monde fermé (et donc de rejet impossible) entraîne donc ici une interprétation d'une ignorance sur 2 types de textures sur une imagerie ( $I_2$ ).

	$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta_3$	$I_2$
$\theta_1$	825	73	2	100
$\theta_2$	17	655	98	230
$\theta_3$	4	216	590	190
$\theta_4$	486	232	13	269

Tableau 6.3 – Résultat de la décision pignistique sur les éléments de cardinalité 4 dans  $D^\ominus$ .

Considérons maintenant des imageries ne contenant plus une seule texture, mais deux. Choisissons deux classes  $\omega_1$  et  $\omega_2$ , correspondant à des types de textures appris ( $\omega_1$ =sable et roche-cailloutis et  $\omega_2$ =sable et vase). Prenons de plus deux classes  $\omega_3$  et  $\omega_4$  contenant des rides (non apprises),  $\omega_3$ =vase et ride et  $\omega_4$ =sable et ride. Nous testons chaque  $\omega_i$  sur 299 imageries hétérogènes.

Si de nouveau nous comparons les résultats de la décision avec le maximum de crédibilité avec rejet et la décision pignistique sur les éléments de cardinalité 4, nous obtenons des résultats identiques donnés dans le tableau 6.4.

Le tableau 6.5 montre les résultats avec et sans rejet pour la fonction de décision pignistique sur les éléments de cardinalité 2 (*i.e.* ici les intersections de 2 classes). Rappelons que  $\omega_1 = \theta_1 \cap \theta_2$  et  $\omega_2 = \theta_2 \cap \theta_3$ . Nous n'obtenons aucun élément classé dans  $\theta_1 \cap \theta_3$  ne correspondant à aucun  $\omega_i$  (en trop faible nombre sur notre base). Ce résultat est plus dû à l'apprentissage des SVM et au choix de la fonction de masse que de l'approche de décision. Nous observons que  $\omega_2$  est très bien classifiée en  $\theta_2 \cap \theta_3$ , tandis que c'est moins clair pour  $\omega_1$ . Ceci peut s'expliquer par le fait que les paramètres de texture sont calculés sur l'imagerie entière. Une imagerie comprenant une partie de texture régulière et une autre irrégulière ne correspond à aucune texture apprise. Les imageries de  $\omega_4$  contenant des rides non apprises et de la vase, présentent une texture irrégulière et une luminosité moyenne proche du sable, ce qui peut expliquer les résultats.

Si nous souhaitons prendre une décision sur un intervalle de cardinalité, il est nécessaire de pondérer la fonction de décision par exemple avec la masse définie dans l'équation (2.23)

	$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta_3$	$I_2$
$\omega_1$	44	166	10	79
$\omega_2$	0	55	145	99
$\omega_3$	71	71	54	103
$\omega_4$	69	150	3	77

Tableau 6.4 – Résultats sur les imageries hétérogènes de la décision pignistique sur les éléments de cardinalité 4 dans  $D^\ominus$ .

	pignistique		avec rejet		
	$\theta_1 \cap \theta_2$	$\theta_2 \cap \theta_3$	$\theta_1 \cap \theta_2$	$\theta_2 \cap \theta_3$	$\theta_4$
$\omega_1$	162	137	103	117	79
$\omega_2$	45	254	26	174	99
$\omega_3$	172	127	101	95	103
$\omega_4$	202	97	130	92	77

Tableau 6.5 – Résultats sur les imagettes hétérogènes de la décision pignistique (avec et sans rejet) sur les éléments de cardinalité 2 dans  $D^\ominus$ .

en évitant de choisir la fonction de décision de plausibilité.

Le tableau 6.6 donne les résultats obtenus sur les imagettes hétérogènes avec la décision du maximum de crédibilité pondérée par la masse de l'équation (2.23) sur les éléments de cardinalité comprise entre 2 et 6, ce qui correspond aux intersections de 2 classes jusqu'aux unions de 2 classes, avec  $r = 0.7$ . Nous constatons que la décision porte plus ici sur les singletons que sur les intersections, et aucune union n'est trouvée. Le type  $\omega_1$  (roche et sable) est plus reconnue comme du sable, alors que  $\omega_2$  (sable et vase) est reconnue pour moitié comme du sable et pour moitié comme de la vase. Les types  $\omega_3$  (vase et ride) et  $\omega_4$  (sable et ride) sont davantage reconnus comme du sable.

	$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta_3$	$\theta_1 \cap \theta_2$	$\theta_2 \cap \theta_3$
$\omega_1$	55	227	12	3	2
$\omega_2$	0	137	160	0	2
$\omega_3$	93	143	61	0	2
$\omega_4$	88	207	3	1	0

Tableau 6.6 – Résultats sur les imagettes hétérogènes de la décision avec la crédibilité pondérée sur les éléments de cardinalité comprise entre 2 et 6 dans  $D^\ominus$ .

### 6.2.3 Bilan

La décision pour la reconnaissance d'images texturées en environnement incertain et particulièrement pour la reconnaissance de texture des fonds marins à partir d'images sonar est très délicate. Pour ce type d'applications, nous avons montré la possibilité et l'intérêt de pouvoir rejeter et décider sur les unions et intersections de classes apprises. L'approche proposée repose sur une extension d'approches existantes permettant d'une part de rejeter des données et d'autre part de décider sur des unions. Ces approches ont été étendues pour décider sur des intersections. Nous avons également fait ressortir l'intérêt de pouvoir spécifier la cardinalité des éléments sur lesquels nous souhaitons décider.

Ce type d'approche peut également avoir des intérêts pour découvrir des événements rares, comme par exemple des épaves ou des mines non connues pour la chasse aux mines.

Un autre élément important dans le cadre applicatif de la navigation sous-marine de robots autonomes pour la caractérisation des fonds marins est le recalage des images sonar. Dans la section suivante, nous montrons comment nous pouvons réaliser conjointement le recalage des images et la fusion des résultats de classification à partir de la théorie des fonctions de croyance.

## 6.3 Utilisation du conflit pour le recalage d'images sonar

Nous avons vu aux chapitres 2 et 3 que la gestion du conflit dans la théorie des fonctions de croyance consiste bien souvent à tenter de réduire le conflit global soit par une procédure d'affaiblissement soit par un transfert du conflit lors de la combinaison. Toutefois, ce conflit global peut être une information à part entière dont nous pouvons tenir compte. Par exemple lorsque l'aspect temporel entre en jeu, comme dans les applications nécessitant la vidéo, le conflit global peut être un indicateur de changement d'état tel qu'utilisé par Ramasso *et al.* (2007) ou encore par Hammal (2006) pour détecter des changements d'expressions faciales. Le conflit global a également été employé à des fins de détection de contours sur les images par Capelle *et al.* (2004); Capelle et Fernandez-Maloigne (2004) et Zhang *et al.* (2006).

Nous avons montré l'intérêt de fusionner les images sonar provenant de points de vue différents au niveau des résultats de classification dans Dhibi *et al.* (2008), dans le cadre d'un projet contractuel avec le GESMA. Pour ce faire, il est tout d'abord nécessaire de positionner correctement les images à fusionner. Ce processus de recalage vise à déterminer le meilleur alignement entre deux images. Dans Rominger *et al.* (2008) et Rominger *et al.* (2009), nous avons introduit l'idée d'utiliser la théorie des fonctions de croyance pour simultanément réaliser le recalage et la fusion des images. Une fois définies les fonctions de masse pour modéliser l'information des images à classifier et à recaler, le conflit global issu de la combinaison de ces fonctions de masse est employé comme mesure de similarité dans le processus de recalage.

Nous présentons ainsi le principe de recalage d'images en général, puis comment intégrer le conflit global comme mesure de dissimilarité dans le recalage. L'approche est comparée, à partir d'une mesure d'évaluation que nous avons introduite, à une approche classique ayant fait ses preuves sur les images sonar.

### 6.3.1 Processus de recalage d'images

L'objectif d'un processus de recalage d'images est de géo-référencer deux images ou plus représentant au moins partiellement la même scène et prises par des capteurs différents, sous des points de vue différents et/ou à des instants différents. Il s'agit donc de déterminer la meilleure transformation géométrique  $\tau$  parmi un ensemble de transformations supposées possibles  $T$  qui va permettre de superposer au mieux une image sur une autre prise comme référence. La figure 6.1 illustre ce problème pour deux images  $I_1$  et  $I_2$  de taille et orientation différentes. La figure indique la position de l'image  $I_1$  positionnée

sur  $I_2$ . Bien sûr le problème est symétrique et recaler  $I_2$  sur  $I_1$  est équivalent. Généralement (voir Varshney *et al.* (2007); Zitová et Flusser (2003)), les approches de recalage sont classées en deux familles :

- Les méthodes géométriques reposent sur des caractéristiques extraites de l'image, telles que des points (ou amers), des contours, ou des formes, et cherchent la mise en correspondance de ces caractéristiques extraites pour déterminer la meilleure transformation.
- Les méthodes iconiques considèrent l'ensemble des pixels (dans l'espace colorimétrique choisi) et comparent directement les différences d'intensité (ou d'une fonction de l'intensité) afin de trouver la meilleure transformation.

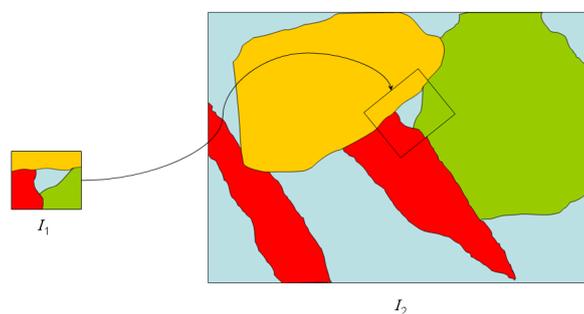


Figure 6.1 – Principe du recalage, image  $I_1$  recalée sur l'image  $I_2$ .

Dans le cas de notre application, il existe sur les fonds marins peu de formes remarquables et les points ou contours d'intérêt sont extrêmement variables selon le point de vue, notamment à cause de l'ombre. Leblond (2006) et Chailloux (2007) ont ainsi proposé récemment des approches de recalage d'images sonar fondées sur des méthodes iconiques.

Le processus de recalage d'images, quelque soit la méthode, repose sur un ensemble de transformations  $T$  à considérer parmi lesquelles la meilleure transformation est recherchée, au sens d'un critère de similarité. Maintz et Viergever (1998) distinguent les transformations rigides (qui concernent les translations et rotations), affines (des droites parallèles restent parallèles), projectives (des droites parallèles ne le restent pas forcément) et déformables (des droites peuvent devenir des courbes). Dans le cadre de cette application, nous nous contentons des transformations rigides.

Afin de décider parmi ces transformations laquelle est la meilleure, il faut définir un critère de similarité  $s$  (ou dissimilarité). Pour les méthodes iconiques, ce critère mesure la similarité de l'intensité des pixels entre la transformation de l'image  $\tau(I_1)$  et de l'image  $I_2$ . Ici aussi, différentes mesures sont envisageables. Si nous supposons que les deux images représentent la même scène, leur intensité sur chaque pixel peut être égale. Dans ce cas, il est possible d'employer des mesures de corrélation telles que la corrélation croisée, la somme absolue des différences des intensités, ou encore la variance des différences. Notons que la somme absolue des différences des intensités, que nous noterons par la suite SAD, a été employée par Leblond (2006) donnant de bons résultats sur les images sonar. Dans ce cas, l'intensité des images est donnée par une valeur numérique entière par classe trouvée par le classifieur. Ce critère nous servira de référence par la suite.

Ces mesures sont rapides mais peuvent être sensibles aux valeurs aberrantes. D'autres critères de similarités sont ainsi toujours développés (voir par exemple Roche *et al.* (1998)). L'information mutuelle est également employée considérant les images comme des variables aléatoires.

Une fois le critère de similarité choisi, le processus de recalage détermine la transformation  $\tau_d$  de l'ensemble des transformations  $T$  qui maximise la similarité entre l'image  $I_2$  et  $\tau_d(I_1)$  :

$$\tau_d = \operatorname{argmax}_{\tau \in T} s(\tau(I_1), I_2) \quad (6.3)$$

Si  $s$  est une dissimilarité, il faudra chercher le minimum.

### 6.3.2 Recalage d'images fondé sur le conflit global

Considérons deux images :  $I_1$  l'image de référence et  $I_2$  l'image à recaler sur  $I_1$ . Une fois ces deux images classifiées par un classifieur automatique, nous pouvons les considérer comme deux sources d'information  $S_1$  et  $S_2$  et appliquer le processus de recalage sur chaque pixel  $x_j$  de l'image  $I_j$  ayant pour classe  $\theta_i$ . Les classes considérées ici sont les différentes textures reconnues par le classifieur sur les images sonar : sable, roche, ride et autre.

À partir des images de classes trouvées, chaque pixel  $x_j$  de l'image  $I_j$  appartenant à la classe  $\theta_i$ , nous pouvons prendre comme fonction de masse :

$$\begin{cases} m_{x_j}(\theta_i) = \alpha_{ij} & \text{si } x_j \in \theta_i \\ m_{x_j}(\Theta) = 1 - \alpha_{ij} \\ m_{x_j}(A) = 0 & \text{si } A \in 2^\Theta \setminus \{\theta_i, \Theta\} \end{cases} \quad (6.4)$$

où  $\alpha_{ij}$  est la fiabilité du classifieur  $S_j$  produisant l'image  $I_j$  pour la classe  $\theta_i$ . Comme nous l'avons proposé dans Martin (2005a) cette fiabilité est ici donnée par la matrice de confusion du classifieur, mais les approches présentées dans la section 2.3 sont également possibles. Cette fonction de masse très simple ne tient compte que de la fiabilité, nous pourrions construire des fonctions de masse telles que celles employées à la section 5.3.

Pour une transformation donnée  $\tau \in T$ , chaque pixel de  $I_1$  correspond à un pixel de  $I_2$ . Nous pouvons ainsi pour chaque transformation, combiner deux par deux, tous les pixels correspondants à l'aide de la combinaison conjonctive (1.7). Le conflit global pour la combinaison des pixels  $x_1$  et  $\tau(x_2)$  est donc ici simplement donné par :

$$m_{(x_1, \tau(x_2))}(\emptyset) = m_{x_1}(\theta_{x_1})m_{x_2}(\theta_{x_2}), \quad \text{si } \theta_{x_1} \neq \theta_{x_2} \quad (6.5)$$

où  $\theta_{x_j}$  est la classe du pixel  $x_j$  et  $x_1 = \tau(x_2)$ ,  $x_1 \in I_1$ ,  $x_2 \in I_2$ . Le conflit global est donc nul si les classes des deux pixels sont identiques. À partir de ce conflit donné pour les combinaisons des pixels pris deux par deux, nous définissons le conflit de recalage en sommant ces conflits :

$$\text{Conf}_R = \sum_{x_1 \in I_1} m_{(x_1, \tau(x_2))}(\emptyset). \quad (6.6)$$

Cette mesure de conflit du recalage peut alors être employée pour décider de la meilleure transformation par le processus de recalage. Afin de réduire le coût de parcours de toutes

les transformations possibles, dans Rominger *et al.* (2009), le processus de recalage est réalisé en deux étapes, une première étape grossière et une seconde autour des translations trouvées lors de la première étape.

Une fois la transformation trouvée par cette approche, nous avons directement les fonctions de masse combinées entre les différents pixels des deux images. Pour déterminer la classe de la nouvelle image issue de la combinaison des deux images classifiées, nous considérons le maximum de la probabilité pignistique.

### 6.3.3 Résultats de recalage d'images sonar

Afin d'évaluer les performances du recalage, nous pouvons étudier les performances de classification issue de la fusion des deux images recalées. Les mesures définies à la section 5.2 dans le cas de la classification et de la segmentation induite des images sonar peuvent alors être utilisées. Si cette évaluation est importante, nous nous focalisons ici sur l'évaluation proprement dite du processus de recalage. Dans ce domaine, la plupart des auteurs se contentent d'une évaluation visuelle qui a les mêmes travers que dans le cas de la classification : les résultats pour une image ne sont pas forcément valables pour toutes les images. Nous avons donc proposé dans Rominger *et al.* (2009) une mesure de dérive que nous présentons ci-dessous. Nous nous contentons ensuite d'évaluer l'approche avec cette mesure.

#### Évaluation du recalage

La mesure de dérive  $d_m$  repose sur une mesure de l'écart entre la vraie position de l'image recalée par rapport à l'image de référence. Notons  $\tau_0$  la transformation attendue composée dans le cas des transformations rigides, d'une rotation d'angle  $\rho_0$  et d'une translation  $(x_0, y_0)$  et notons  $\tau_d = (\rho_d, x_d, y_d)$  la transformation trouvée par le processus de recalage. Il s'agit donc de mesurer l'écart entre les pixels ayant subi la transformation trouvée  $\tau_d$  et la transformation attendue  $\tau_0$ .

L'écart au niveau des translations peut être donné simplement par une distance euclidienne :  $\sqrt{(x_0 - x_d)^2 + (y_0 - y_d)^2}$ . Les erreurs de rotations appliquées au centre de l'image entraînent un plus grand écart au niveau des coins de l'image. Soit  $\rho = |\rho_0 - \rho_d|$  l'erreur angulaire et  $\frac{l_2}{2}$  la distance du centre de l'image à recaler  $I_2$  de plus grande diagonale  $l_2$  à un de ces coins. La distance entre la position du coin de l'image translattée trouvée et celle attendue est donc donnée par :

$$l_2 \times \sin\left(\frac{|\rho_0 - \rho_d|}{2}\right). \quad (6.7)$$

Nous pouvons ainsi définir une mesure de dérive par :

$$d_m = \frac{l_2 \times \sin\left(\frac{|\rho_0 - \rho_d|}{2}\right) + \sqrt{(x_0 - x_d)^2 + (y_0 - y_d)^2}}{l_1}, \quad (6.8)$$

où  $l_1$  est la plus grande diagonale de  $I_1$ , permet de tenir compte de la taille de l'image sur laquelle nous cherchons à recalage. Par conséquent, plus cette mesure de dérive est importante et plus la position de l'image trouvée est éloignée de la position attendue.

### Performances du recalage d'images sonar

Sur les 42 images sonar de notre base de données, nous en avons conservé 29 pour l'apprentissage de deux classifieurs : un réseau de neurones et un classifieur  $k$ -plus proches voisins crédibiliste introduit dans Denœux (1995). Ces deux classifieurs sont ceux utilisés dans Laanaya (2007). Les 13 images restantes ne représentant pas assez de zones multi-vues, nous avons considéré les deux classifieurs comme deux sources d'information. Afin de simuler des données sous des rotations et translations différentes, nous avons défini un angle de rotation  $\rho_0$  et une translation  $(x_0, y_0)$ . Cette transformation  $\tau_0$  est appliquée à une imagerie extraite au centre de l'image fournie par le classifieur neuronal. Cette imagerie  $I_2$  est donc à recalrer sur l'image produite par le classifieur  $k$ -plus proches voisins crédibiliste.

La figure 6.2 illustre le critère de dissimilarité à partir de la mesure de conflit de recalage (6.6) sur une image sonar. Nous pouvons constater un minimum global au centre, proche de la transformation attendue  $\tau_0$ . Ce critère de mesure de conflit pour le recalage

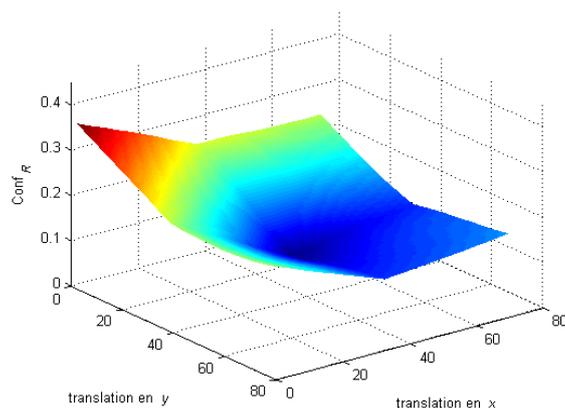


Figure 6.2 – Mesure de dissimilarité donnée par le conflit de recalage pour l'ensemble des transformations possibles.

d'images est comparé au critère de la somme absolue des différences (SAD) utilisée dans le même algorithme de recalage. Leblond (2006) a utilisé ce critère pour le recalage d'images sonar à partir du même principe d'images classifiées, donnant des résultats intéressants. Notons tout d'abord que l'approche fondée sur le conflit de recalage est 1.3 fois plus lente que celle fondée sur les sommes absolues, mais le temps de calcul pour la fusion est alors négligeable. Le tableau 6.7 présente la mesure de dérive définie plus haut pour les deux critères et sur chacune des 13 images de notre base de test. Nous pouvons constater une différence importante en moyenne entre les deux approches. Cependant, pour les images numérotées de 1 à 6, les deux critères sont équivalents. En effet une valeur de 0.009 pour la mesure de dérive correspond à une erreur d'une centaine de pixels, soit environ 20 m ce qui reste peu à l'échelle de l'image sonar. La forte valeur de la mesure de dérive pour les images 5 et 10 s'explique par le fait que l'image à recalrer extraite automatiquement contient plus de 80% de la même classe qui se retrouve également en forte proportion sur

Image	SAD	Conflit de recalage
1	0.00508	0.00127
2	0.04124	0.01641
3	0.006698	0.008049
4	0.03293	0.030122
5	0.2922	0.3100
6	0.00575	0.00575
7	0.001224	0.001224
8	0.09501	0.0002378
9	0.5244	0.000282
10	0.09266	0.2877
11	0.001567	0.001567
12	0.005926	0.01911
13	0.3734	0.04255
Moyenne	0.1137	0.0557

Tableau 6.7 – Valeurs de la mesure de dérive  $d_m$  (6.8) pour les deux critères sur les 13 images de la base de test.

l'image de référence. Il est ainsi difficile de privilégier une transformation plutôt qu'une autre donnant toutes un faible critère de dissimilarité. Pour l'image 9, le critère SAD donne un mauvais résultat, alors que le critère fondé sur le conflit de recalage permet de trouver une transformation proche de celle attendue. Le conflit de recalage est ici faible alors que la somme des différences ne permet pas de discriminer suffisamment les différentes transformations.

### 6.3.4 Discussion

Ces résultats préliminaires sont encourageants même s'il reste à confronter l'approche à des données réellement multi-vues. Le modèle de fonctions de masse choisi ici reste très simple, mais la faisabilité et l'intérêt de l'approche du recalage à partir du conflit ont été démontrés.

Le conflit n'est donc pas à supprimer systématiquement selon le cadre applicatif. Le conflit global ici employé pour définir le conflit de recalage contient une part d'auto-conflit en règle général. À partir du modèle de fonctions de masse proposé (fonctions à support simple), il n'y a pas d'auto-conflit. D'autres modèles de fonctions de masse nécessiteraient de considérer une autre mesure de conflit à la place du conflit global, comme les mesures présentées dans la section 2.2.

Dans cette section nous avons réalisé le recalage et la fusion d'images classifiées simultanément à partir des fonctions de croyance. Dans la section suivante, nous allons étudier les performances d'une classification à partir des fonctions de croyance continues. Il est ainsi possible de procéder à la classification, recalage et fusion en utilisant le même cadre théorique des fonctions de croyance.

## 6.4 Fonctions de croyance continues pour la classification

La théorie des fonctions de croyance, souvent vue comme une extension de la théorie des probabilités, est cependant aujourd'hui essentiellement employée pour des cadres de discernement discret. Strat (1984) est le premier à avoir développé l'idée des fonctions de croyance continues. Smets (2005a) a proposé une formulation des fonctions de croyance aux cadres de discernement continu se fondant sur l'intégration de Lebesgue, la mesure de probabilité devenant une mesure de croyance.

Dans une optique de classification, une approche a été proposée par Ristic et Smets (2004) et Caron *et al.* (2006, 2008), reposant sur l'estimation de densités de masse à partir de densités de probabilité gaussiennes. C'est cette approche que nous allons ici comparer avec l'approche bayésienne pour la classification de fonds marins. Le travail présenté ici a été réalisé dans le cadre du stage de master de recherche de Fiche (2009) et publié par Fiche et Martin (2009).

Nous rappelons tout d'abord le principe d'une classification à partir de densités, dans un premier temps probabiliste avec estimation des densités de probabilité, puis crédibiliste à partir de fonctions de croyance continues. Nous présentons ensuite les résultats pour la caractérisation de la texture sur les images sonar.

### 6.4.1 Classification à partir de densités

Nous décrivons ici une démarche classique permettant d'estimer des distributions continues à partir de données, puis à partir du modèle ainsi construit, d'effectuer la classification de type bayésienne. Nous présentons ensuite une approche équivalente dans le cas des fonctions de croyance continues proposée par Caron *et al.* (2006).

#### Estimation des distributions

L'estimation d'une distribution continue est un problème qui peut se révéler difficile. Cependant, toute distribution de probabilité peut être approchée par un mélange de gaussiennes. La distribution d'une classe  $\theta_i$  dans l'espace des caractéristiques d'une observation  $\mathbf{x}$  peut alors s'écrire :

$$p(\mathbf{x}/\theta_i) = \sum_{\kappa=1}^K W_{\kappa}^i (2\pi)^{-\frac{\Delta}{2}} \det(\Sigma_{\kappa}^i)^{-\frac{1}{2}} \times \exp\left\{-\frac{1}{2} (\mathbf{x} - \mu_{\kappa}^i) (\Sigma_{\kappa}^i)^{-1} (\mathbf{x} - \mu_{\kappa}^i)\right\},$$

où  $\mathbf{x}$  correspond à une observation de dimension  $\Delta$ ,  $\theta_i$  représente une classe possible,  $K$  représente le nombre de gaussiennes souhaitées,  $W^i$  des fonctions poids,  $\mu^i$  les moyennes

et  $\Sigma^i$  les matrices de covariances des gaussiennes.

Afin d'estimer les paramètres déterminants de ce mélange de gaussiennes :  $\mathbf{W}^i$ ,  $\mu^i$  et  $\Sigma^i$ , plusieurs approches d'optimisation sont envisageables. L'algorithme *EM* (*Expectation-Maximization*) est une des approches couramment employée et efficace (*cf.* Dempster *et al.* (1977)). Nous la retiendrons donc ici.

### Approche bayésienne

Une fois les distributions *a priori*  $p(\mathbf{x}/\theta_i)$  estimées pour chaque classe  $\theta_i$ , le classifieur bayésien nécessite l'estimation des probabilités *a priori*  $p(\theta_i)$ . Cette estimation peut se faire facilement à partir de la proportion de données de chaque classe dans la base d'apprentissage. En appliquant le théorème de Bayes, la probabilité *a posteriori* s'obtient par :

$$p(\theta_i/\mathbf{x}) = \frac{p(\mathbf{x}/\theta_i)p(\theta_i)}{\sum_{i=1}^n p(\mathbf{x}/\theta_i)p(\theta_i)}, \quad (6.9)$$

où  $n$  est le nombre de classes et  $p(\theta_i)$  représente la probabilité *a priori* de la classe  $\theta_i$ .

La décision est alors réalisée à partir du maximum des probabilités *a posteriori*  $p(\theta_i/\mathbf{x})$  permettant de décider la classe probable du vecteur  $\mathbf{x}$ .

Notons que Williams (2009) utilise cette approche pour la caractérisation des fonds marins à partir d'images sonar acquises sous différents points de vue et obtient de bonnes performances.

### Fonctions de croyance continues

Nous partons ici des notations introduites par Smets (2005a) pour les fonctions de croyance continues. Les fonctions de masse deviennent des densités de masse définies sur des intervalles  $[a, b]$  de  $\mathbb{R}$  par  $m([a, b]) = f(a, b)$ , où  $f$  est une densité de probabilité de  $\{(y_1, y_2) \in \mathbb{R}^2 | y_1 \leq y_2\}$  dans  $[0, +\infty]$ . Le degré de crédibilité sur un intervalle  $[a, b]$ , noté  $\text{bel}([a, b])$ , est déterminé par :

$$\text{bel}([a, b]) = \int_{y_1=a}^{y_1=b} \int_{y_2=x}^{y_2=b} f(y_1, y_2) dy_2 dy_1. \quad (6.10)$$

De même, le degré de plausibilité sur un intervalle  $[a, b]$ , noté  $\text{pl}([a, b])$ , peut être calculé par :

$$\text{pl}([a, b]) = \int_{y_1=-\infty}^{y_1=b} \int_{y_2=\max(a, y_1)}^{y_2=+\infty} f(y_1, y_2) dy_2 dy_1. \quad (6.11)$$

Par conséquent, à toute densité de masse  $m$  correspond une densité de probabilité  $f$  et donc une probabilité pignistique  $\text{betP}$ . Par exemple, pour tout intervalle  $[a, b]$  de  $\mathbb{R}$ , nous avons d'après Smets (2005a) :

$$\text{betP}([a, b]) = \int_{y_1=-\infty}^{y_1=+\infty} \int_{y_2=y_1}^{y_2=+\infty} \frac{\min(y_2, b) - \max(y_1, a)}{y_2 - y_1} f([y_1, y_2]) dy_2 dy_1 \quad (6.12)$$

À une probabilité pignistique  $\text{betP}$  correspond donc un ensemble de fonctions de croyance. À la question de savoir laquelle choisir dans cet ensemble, plusieurs travaux traitent la question de l'ordonnement des fonctions de croyance continues Smets (2005a); Dencœux (2009). Smets (2005a) a retenu le critère du moindre engagement. L'idée est simple, si nous devons choisir une fonction de croyance parmi plusieurs, il faut prendre celle qui transmet l'information engageant le moins la source. Smets (2005a) a démontré que la densité de masse de moindre engagement associée à une densité de probabilité unimodale symétrique sur  $\mathbb{R}$  est consonante, c'est-à-dire ayant des éléments focaux emboîtés. Ces éléments sont définis par les  $\alpha$ -coupes<sup>1</sup> de la densité de probabilité  $f$ . Caron *et al.* (2006) ont donné l'expression des densités de masse de moindre engagement associées à un mélange de gaussiennes de  $\mathbb{R}^n$ . Notons que Doré *et al.* (2009b) proposent une généralisation à des distributions quelconques multimodales.

Si une distribution de probabilité multimodale est modélisée par un mélange de gaussiennes, nous pouvons alors déterminer la fonction de masse de moindre engagement par l'approche proposée par Caron *et al.* (2006). L'estimation du mélange de gaussiennes peut se faire comme exposé précédemment.

La fonction de plausibilité conditionnellement à la classe  $\theta_i$  au point  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^\Delta$ , notée  $\text{pl}(\mathbf{x}/\theta_i) = \text{pl}_i(\mathbf{x})$ , est alors définie par Caron *et al.* (2006) par :

$$\begin{aligned} \text{pl}_i(\mathbf{x}) &= 1 - \sum_{\kappa=1}^K W_\kappa^i \\ &\times F_{\Delta+2} \left[ {}^t(\mathbf{x} - \mu_\kappa^i)(\Sigma_\kappa^i)^{-1}(\mathbf{x} - \mu_\kappa^i) \right], \end{aligned} \quad (6.13)$$

avec  $F_{\Delta+2}(y) = \int_0^y \frac{u^{\frac{\Delta+2}{2}-1}}{2^{\frac{\Delta+2}{2}} \Gamma(\frac{\Delta+2}{2})} \exp(-\frac{u}{2}) du$  la fonction de répartition de la loi du  $\chi^2$  avec  $\Delta+2$  degrés de liberté ( $\Delta$  représentant la dimension du vecteur  $\mathbf{x}$ ) et  $\Gamma(z) = \int_0^{+\infty} y^{z-1} \exp(-y) dy$  la fonction Gamma.

La fonction de masse dans  $2^\Theta$  peut alors être calculée au point  $\mathbf{x}$  en utilisant le théorème généralisé de Bayes présenté dans Smets (1993) et Smets (2005a) pour  $A \in 2^\Theta$  :

$$m^{\mathbf{x}}(A) = \prod_{\theta_i \in A} \text{pl}_i(\mathbf{x}) \prod_{\theta_i \in A^c} (1 - \text{pl}_i(\mathbf{x})), \quad (6.14)$$

où  $m^{\mathbf{x}}(A)$  représente la fonction de masse connaissant l'observation  $\mathbf{x}$ .

La fonction de masse étant calculée, nous pouvons alors la convertir en probabilité pignistique (1.5). Enfin, son maximum fournit la classe la plus crédible à l'observation  $\mathbf{x}$ .

### 6.4.2 Application des fonctions de croyance continues à la caractérisation des sédiments marins

Dans cette partie, nous allons appliquer et comparer le classifieur bayésien, le classifieur  $k$ -plus proches voisins crédibiliste de Dencœux (1995) et le classifieur fondé sur les fonctions

<sup>1</sup> Les  $\alpha$ -coupes d'une fonction  $f$  de  $\overline{\mathbb{R}}^n$  dans  $\mathbb{R}^+$  sont les ensembles  $\{y \in \overline{\mathbb{R}}^n | f(y) \geq \alpha\}$ .

de croyance continues présentées précédemment pour la classification de textures d'images sonar en vue de caractériser les sédiments marins.

Nous cherchons ici à différencier 5 types de texture : roche, ride, vase, cailloutis et sable. La texture est déterminée sur des imageries de taille  $32 \times 32$  pixels à partir des matrices de co-occurrence introduites par Haralick *et al.* (1973). Nous calculons ici 8 caractéristiques de texture issues des matrices de co-occurrence : le *moment différentiel inverse*, la *corrélation*, le *contraste*, la *moyenne des sommes*, la *moyenne des variances*, l'*entropie des sommes*, l'*entropie des différences* et la *mesure de corrélation*. Chaque imagerie est donc représentée par un vecteur de 8 dimensions. Nous présentons un exemple de distributions pour la caractéristique dite de *corrélation* pour toutes les textures sur la figure 6.3. Cette figure illustre bien l'aspect conflictuel des caractéristiques entre-elles pour la détermination de la texture. Un étude exhaustive a été réalisée dans le cadre du travail de master recherche de Le Bian (2006). Nous cherchons donc à approcher chaque

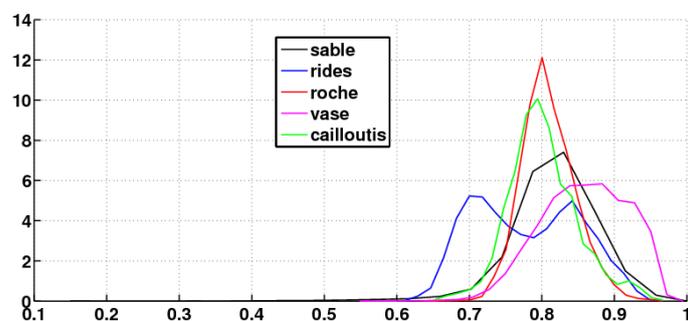


Figure 6.3 – Distributions de la caractéristique dite de *corrélation* par type de sédiment.

distribution de texture par un mélange de gaussiennes définies dans l'espace des 8 caractéristiques. Dans le cadre de cette application, un nombre de  $K=5$  gaussiennes suffit à bien modéliser les distributions.

Afin d'évaluer et comparer les approches, nous n'avons considéré que les imageries avec un seul type de sédiment. À la suite d'un tirage aléatoire nous en avons conservé 5000. Dans un premier temps, sur ces 5000 imageries, la moitié est destinée à la base d'apprentissage et le reste à la base de test, ce qui fait 2500 vecteurs test. Dans un second temps, nous faisons varier le nombre de vecteurs d'apprentissage. Nous effectuons dix fois cette procédure pour estimer au mieux la matrice de confusion et le taux global de bonne classification. Nous avons donc les 5 classes citées correspondant aux 5 textures :  $\theta_1$ =roche,  $\theta_2$ =ride,  $\theta_3$ =vase,  $\theta_4$ =cailloutis,  $\theta_5$ =sable.

La base d'apprentissage va ainsi permettre l'estimation des poids, moyennes et variances des mélanges de gaussiennes de chaque classe à partir de l'algorithme *EM* pour l'approche bayésienne et les fonctions de croyance continues, ainsi que l'estimation des probabilités *a priori* de chaque classe pour l'approche bayésienne, mais également pour le voisinage du classifieur *k*-plus proches voisins crédibiliste.

Nous présentons tout d'abord les résultats obtenus avec le classifieur *k*-plus proches voisins crédibiliste de Dencœur (1995). Ce classifieur a donné de bonnes performances dans le cadre de la caractérisation de fonds marins à partir d'images sonar (*cf.* Martin (2005a); Laanaya (2007)). La matrice de confusion est donnée dans le tableau 6.8. Nous obtenons

un taux de bonne classification de 77.09 % avec un intervalle de confiance à 95 % de [75.44;78.74].

		Classe estimée				
		$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta_3$	$\theta_4$	$\theta_5$
Classe réelle	$\theta_1$	2598	0	0	0	0
	$\theta_2$	0	2578	238	17	61
	$\theta_3$	0	61	9373	45	1856
	$\theta_4$	0	44	317	487	305
	$\theta_5$	0	67	2684	32	4237

Tableau 6.8 – Matrice de confusion obtenue à partir du classifieur  $k$ -plus proches voisins crédibiliste.

Fiche et Martin (2009) montrent qu’une approche mono-dimensionnelle pour le classifieur de Bayes et pour les fonctions de croyance continues donne des résultats significativement moins bons. De façon à tenir compte au mieux des corrélations entre les caractéristiques de texture, nous présentons ci-dessous les résultats en considérant les gaussiennes de chaque texture dans l’espace des 8 caractéristiques. Pour l’approche bayésienne, la matrice de confusion est donnée dans le tableau 6.9.

		Classe estimée				
		$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta_3$	$\theta_4$	$\theta_5$
Classe réelle	$\theta_1$	2088	16	23	485	3
	$\theta_2$	0	2626	4	320	2
	$\theta_3$	0	1	9731	1104	526
	$\theta_4$	0	26	41	948	196
	$\theta_5$	0	0	650	710	5500

Tableau 6.9 – Matrice de confusion pour l’approche bayésienne.

Le taux de bonne classification obtenu est de 83.57 % avec un intervalle de confiance à 95 % de [82.12;85.02]. Ces résultats sont meilleurs qu’avec le classifieur  $k$ -plus proches voisins crédibiliste, mais pas significativement.

Enfin la matrice de confusion avec l’approche fondée sur les fonctions de croyance continues est représentée dans le tableau 6.10.

Le taux de bonne classification est de 87.98 % avec un intervalle de confiance à 95 % de [86.90;89.26]. Les fonctions de croyance continues donnent ainsi des résultats significativement meilleurs que le classifieur bayésien et le classifieur  $k$ -plus proches voisins

		Classe estimée				
		$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta_3$	$\theta_4$	$\theta_5$
Classe réelle	$\theta_1$	2436	0	7	172	0
	$\theta_2$	35	2661	5	247	4
	$\theta_3$	61	1	9717	460	1123
	$\theta_4$	36	5	9	1132	29
	$\theta_5$	35	0	514	261	6050

Tableau 6.10 – Matrice de confusion pour l’approche fondée sur les fonctions de croyance continues.

crédibilité. Ces derniers résultats montrent moins de confusion entre les imagerie vase  $\theta_3$  et celles de sable  $\theta_5$ . De plus les imagerie cailloutis  $\theta_4$  sont mieux classifiées.

L’approche bayésienne est connue pour être optimale si les probabilités *a priori* sont connues. Afin d’observer l’influence de l’apprentissage nous pouvons faire varier la proportion du nombre de vecteurs d’apprentissage.

Nous remarquons sur la figure 6.4 que, même avec un mauvais apprentissage entre 2000 et 3500 vecteurs d’apprentissage, l’approche avec les fonctions de croyance continues est significativement meilleure que les 2 autres approches. De plus, il faut noter que, lorsque les probabilités *a priori* sont bien estimées, les performances du classifieur bayésien sont supérieures à celles du classifieur utilisant les fonctions de croyance continues.

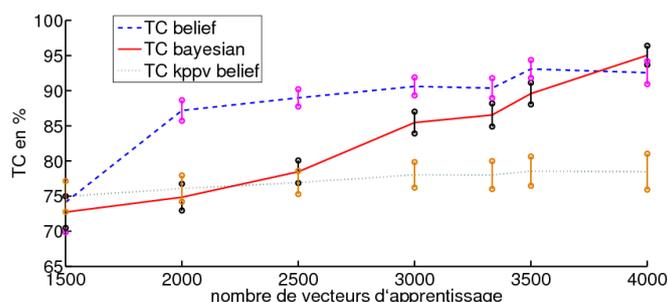


Figure 6.4 – Représentation des taux de classification en fonction du nombre de vecteurs d’apprentissage.

La différence majeure avec le classifieur *k*-plus proches voisins crédibiliste vient du fait que les approches bayésiennes et les fonctions de croyance continues estiment les corrélations entre les différents descripteurs de texture. L’approche fondée sur les fonctions de croyance continues a de plus le mérite de ne pas avoir besoin d’estimer les probabilités *a priori* de chaque classe. Cette propriété est intéressante puisqu’en réalité, les conditions d’acquisition des données servant à la base d’apprentissage et à la base de test ne sont pas les mêmes. Ces derniers résultats valident de plus l’intérêt de cette approche en termes de performances dans des conditions éloignées de celles de l’apprentissage. Ces performances

ont de plus été obtenues pour une problématique de classification difficile étant donné le conflit existant entre les caractéristiques employées pour discriminer la texture.

Les fonctions de croyance continues sont ainsi intéressantes d'un point de vue applicatif pour la classification en environnement incertain. Son utilisation pour des problèmes d'estimation semble aussi avoir un certain nombre d'avantages. En effet, actuellement les problèmes d'estimation à partir des fonctions de croyance sont généralement abordés comme des problèmes de classification dans lesquels l'espace d'estimation a été discrétisé. Une approche continue permettrait de réduire la complexité liée à cette discrétisation.

## 6.5 Conclusion

Nous illustrons dans ce chapitre différentes utilisations de la théorie des fonctions de croyance dans le cadre de la caractérisation des fonds marins à partir d'images sonar introduite dans le chapitre 5. Cette problématique est particulièrement intéressante comme champ d'application de la modélisation et de la gestion du conflit.

En effet, la caractérisation de la texture des images sonar nécessitant un découpage en imagelettes, il peut apparaître sur celles-ci plus d'un type de texture. Il est alors encore plus difficile de reconnaître ces données conflictuelles illustrant bien l'approche décisionnelle proposée au chapitre 2. En vue d'une application de caractérisation des fonds marins à partir d'un robot autonome, une étape préliminaire consiste à recalibrer les images sonar entre-elles. Nous avons montré comment employer le conflit global issu de la combinaison des fonctions de masse comme mesure de dissimilarité afin de réaliser le recalage et la fusion des images dans le même cadre théorique des fonctions de croyance.

Nous avons ensuite étudié une approche à partir des fonctions de croyance continues en modélisant les distributions des caractéristiques de texture. Ces caractéristiques de texture étant très recouvertes, nous avons étudié l'intérêt des fonctions de croyance continues pour classer ces données conflictuelles. Nous avons ainsi montré que cette approche est performante particulièrement dans le cas d'un apprentissage dégradé, ce qui représente bien l'éloignement opérationnel des conditions d'apprentissage.

L'ensemble de ces travaux applicatifs soulèvent de nouvelles questions et perspectives pour la modélisation et gestion du conflit que nous tentons de reprendre dans le dernier chapitre.



# Chapitre 7

## Conclusion et perspectives

### Sommaire

---

<b>7.1 Conclusion . . . . .</b>	<b>96</b>
<b>7.2 Perspectives . . . . .</b>	<b>97</b>

---

*L'objectif de ce chapitre est de clore ce document en revenant sur les aspects essentiels évoqués et en présentant quelques perspectives soulevées par ce travail. Nous rappelons donc les différentes définitions du conflit liées à sa modélisation et les liens étroits que nous avons soulignés avec la fiabilité. Nous revenons sur la gestion du conflit dans la combinaison et sur la modélisation des informations conflictuelles en vue de la décision. Nous retraçons les applications des fonctions de croyance dans le cadre de la caractérisation des fonds marins présentée en guise d'illustration de la gestion et utilisation du conflit. De ces rappels, nous exhibons quelques perspectives liées à la modélisation du conflit, à sa prise en compte de façon globale dans les différentes étapes de la théorie des fonctions de croyance dans le cas discret mais aussi continu. Sur le plan applicatif, nous pensons que les applications peuvent susciter un grand nombre d'améliorations et développements théoriques des fonctions de croyance. Nous présentons en particulier quelques applications de systèmes d'identification dans lesquels la modélisation et la combinaison des informations doit tenir compte des problèmes issus de la qualité et de l'hétérogénéité des données, ainsi que des problèmes issus de la fiabilité et des contradictions des différents capteurs mis en jeu.*

## 7.1 Conclusion

Ce travail a pour objectif de présenter des solutions pour la modélisation, la gestion et l'utilisation du conflit dans la théorie des fonctions de croyance. Nous avons mis en évidence que la mesure de conflit définie par la masse sur l'ensemble vide après combinaison conjonctive des fonctions de masse est prise à tort comme une mesure de conflit. Nous avons défini le conflit total entre deux experts par la contradiction contenue dans leur réponse exprimée sous la forme de deux fonctions de masse.

À partir de cette définition, nous avons introduit différentes mesures de conflit permettant de représenter le conflit total entre les experts, ou bien de façon plus locale entre les réponses des experts. Les mesures de conflit total sont définies à partir de distances entre les fonctions de masse des différents experts. Le conflit local comptabilise les réponses des experts en contradiction. Très liées à ces conflits nous avons défini des mesures de fiabilité totale et locale. En effet, il est important de pouvoir modéliser la fiabilité des experts que nous ne connaissons pas systématiquement. Il faut donc chercher à les estimer. Sous l'hypothèse que plus de la moitié des experts est fiable, la fiabilité totale est définie à partir d'une fonction décroissante d'une mesure de conflit total. De façon à tenir compte finement de la fiabilité des réponses des experts, en particulier dans la combinaison, nous avons défini la fiabilité locale comme un degré de non-conflit local, c'est-à-dire décroissante en fonction du conflit local.

Le cadre étendu des fonctions de croyance à l'espace  $D^\Theta$  qui est l'espace de discernement  $\Theta$  fermé par les unions et intersections, permet une modélisation des informations conflictuelles que nous ne souhaitons pas écarter selon l'application. Sur cet espace, il paraît donc important de pouvoir décider sur tout ou partie des éléments le constituant. En étendant l'approche de Appriou (2005) permettant de décider sur tous les éléments de l'espace  $2^\Theta$ , nous avons présenté un processus de décision capable de rejeter des données et de décider sur des informations conflictuelles modélisées dans  $D^\Theta$ . Nous avons montré la pertinence de cette approche dans le cas de la caractérisation des fonds marins à partir d'images sonar qui a servi de problématique d'illustration dans ce document.

Traditionnellement et de manière naturelle, la gestion du conflit dans la théorie des fonctions de croyance est réalisée lors de la combinaison des fonctions de masse. En particulier, le contre-exemple introduit par Zadeh (1984) a fait ressortir le problème d'interprétation et de prise en compte du conflit global issu de la combinaison conjonctive. Une des règles les plus employées pour la gestion fine des conflits partiels est la PCR6 répartissant de manière proportionnelle ces conflits. Nous avons, de plus, proposé des règles permettant la prise en compte du conflit local à partir de la fiabilité locale directement dans la combinaison, alors que le conflit total est plus destiné à une procédure d'affaiblissement avant combinaison. Ces règles considèrent également les spécificités des réponses des experts. Toutes ces règles soulèvent la question du choix de la bonne règle de combinaison et du problème de leur évaluation. S'il paraît évident que nous ne pouvons définir une règle optimale et que le choix de la combinaison doit se faire selon l'application, l'évaluation des règles de combinaison peut se faire de différentes façons. Elles peuvent être comparées selon leurs propriétés mathématiques ou bien selon les résultats qu'elles produisent en termes de décisions ou de performances. Ces résultats sont de plus très dépendants des éventuels choix des fonctions de masse, réduction d'éléments focaux ou affaiblissement.

Ces considérations nous ont poussé à proposer une approche globale dans Martin (2009b) en écrivant toute opération de la théorie des fonctions de croyance comme un transfert de croyance de façon à considérer l'ensemble des étapes nécessaires pour une application donnée.

Une des critiques récurrente faite à la théorie des fonctions de croyance est sa complexité algorithmique qui est issue du nombre d'éléments de l'espace de travail  $2^\Theta$ , ou pire  $D^\Theta$ . Nous avons ainsi présenté une façon simple et efficace de coder les éléments du diagramme de Venn permettant de modéliser les informations sur les espaces  $2^\Theta$  et  $D^\Theta$ . Cette codification permet une implémentation aisée des différentes opérations dans la théorie des fonctions de croyance. Nous avons également discuté du problème de génération de  $D^\Theta$  ainsi que de la présentation des résultats pour une interprétation facile d'un opérateur humain.

Cette présentation des résultats doit bien sûr être pensée en fonction de l'application. Dans le cas servant d'illustration de la caractérisation des sédiments marins à partir d'images sonar, nous avons souligné les difficultés d'acquérir des données renseignées faisant apparaître des premiers conflits entre les experts. Ce problème de vérité terrain nous a amené à définir une approche d'évaluation de la classification des images et de la segmentation qui en découle en environnements incertains. Cette méthode d'évaluation mise en œuvre dans le cas de la fusion de classifieurs a permis de dégager l'intérêt des fonctions de croyance pour ce type d'application. Nous avons montré également les performances prometteuses de classification à partir des fonctions de croyance continues. Les fonctions de croyance continues ont été employées de façon à modéliser les distributions de caractéristiques de texture qui visuellement sont très recouvertes selon les classes recherchées.

Sur cette même application, nous avons proposé une utilisation du conflit global pour recalcr et fusionner les images simultanément à partir des fonctions de croyance, ce qui montre que le conflit n'est pas à supprimer systématiquement selon le cadre applicatif. Le conflit permet ici de définir une mesure de conflit de recalage employée comme une mesure de dissimilarité. Les fonctions de masse à support simple, définies dans ce travail préliminaire, n'engendrent pas d'auto-conflit dans le conflit global qui peut donc être assimilé à une mesure de conflit total. D'autres modèles de fonctions de masse nécessiteraient de considérer une autre mesure de conflit à la place du conflit global, telle qu'une des mesures de conflit total que nous avons définies.

D'autres perspectives plus générales peuvent être soulevées à partir de ce travail. Elles font l'objet de la section suivante.

## 7.2 Perspectives

Comme nous l'avons dégagé, le problème de la modélisation, de la gestion et de l'utilisation du conflit dans la théorie des fonctions de croyance reste délicat. Nous avons ainsi été amenés à définir plusieurs notions de conflit mais aussi de fiabilité. Ces deux notions peuvent être reliées aux experts fournissant l'information et aux informations elles-mêmes. Elles sont également très liées aux incertitudes et imprécisions modélisées à l'origine par les fonctions de masse dans le cadre de cette théorie. La cardinalité des éléments focaux et les masses associées données par les différents experts doivent ainsi être considérées con-

jointement mais finement pour définir ces différentes notions. Il n'existe pas aujourd'hui de consensus autour du grand nombre de définitions proposées dans la littérature.

De même, ces dernières années, la théorie des fonctions de croyance a rattrapé la théorie des possibilités en proposant un grand nombre de règles de combinaison cherchant en particulier à gérer finement les conflits. Si la PCR6 est aujourd'hui très utilisée pour les applications, nous pourrions toujours proposer de nouvelles règles tenant compte des conflits, fiabilités, spécificités, *etc*, sans pouvoir en dégager une plus performante. L'étude comparative de différentes règles déjà menée partiellement, montre qu'une réflexion plus approfondie sur comment aborder le choix d'une règle doit être réalisée. En particulier, nous pensons qu'une approche globale est certainement plus intéressante du point de vue de l'application. Dans ces différents papiers, Philippe Smets justifie toutes les étapes de son modèle transférable de croyance les unes par rapport aux autres. Cependant, le choix de rester en monde ouvert, l'emploi de la règle conjonctive et le transfert du conflit global lors de la décision par la probabilité pignistique ne sont pas satisfaisants pour un grand nombre d'applications où le conflit est un problème central. Une justification des différentes étapes de manière globale pour une modélisation et gestion du conflit reste donc à donner pour une généralité la plus grande possible.

Un autre enjeu important pour la théorie des fonctions de croyance concerne son utilisation pour traiter des problèmes avec des cadres de discernement continus. Comme nous l'avons vu, les fonctions de croyance continues permettent une bonne modélisation des phénomènes continus et donnent des résultats prometteurs. La formulation des fonctions de croyance aux cadres de discernement continus se fonde sur l'intégration de Lebesgue, la mesure de probabilité devenant une mesure de croyance. Cette extension, pourtant nécessaire à de nombreuses applications telles que le suivi de cibles ou l'estimation, reste à ces balbutiements. En effet, sa formulation reste sans doute mal comprise et son utilisation peu paraître compliquée. Cependant la théorie des fonctions de croyance souvent vue comme une extension de la théorie des probabilités dans le cas discret, ne pourra s'affirmer dans ce sens que si le pas du domaine continu est franchi. Certes, une discrétisation en termes d'intervalles est toujours possible, cependant elle entraîne un coût calculatoire trop important dans ce cadre théorique, ce qui souligne une nouvelle fois l'importance de pouvoir réduire la complexité. En particulier, la modélisation et la gestion du conflit à partir des fonctions de croyance continues n'ont pour l'instant pas vraiment été étudiées. Le conflit global issu de la combinaison des densités de masse continues est bien sûr identique. Cependant une définition d'un conflit total nécessite le choix d'une distance appropriée sur les densités de masse. L'étude de la prise en compte de la fiabilité doit aussi être poussée. La combinaison des densités de masse a aussi peu été étudiée, seuls Kallel *et al.* (2008) proposent une adaptation de la règle prudente de Denœux (2008) pour la fusion d'indices de végétation.

Du point de vue applicatif, les différentes utilisations des fonctions de croyance pour la classification de la texture à partir des images sonar que nous avons exposées, présentent bien sûr des perspectives immédiates en particulier sur le plan de la modélisation du conflit en vue d'améliorer les résultats. De façon plus générale, nous pensons que de nouvelles applications poussent et justifient naturellement le développement de la théorie des fonctions de croyance.

Par exemple, dans le cadre de systèmes d'aide à la décision pour l'identification, de

nombreux capteurs entrent en jeu dont il faut gérer les spécificités et complémentarités. En effet, aujourd'hui le coût des capteurs est devenu négligeable face aux enjeux applicatifs. Nous pouvons donner ici quatre exemples de systèmes où de nombreux capteurs sont amenés à être employés.

- Dans le cas de l'exploration sous-marine qui a motivé nos illustrations de la théorie des fonctions de croyance dans ce document, les robots autonomes sous-marins peuvent maintenant embarquer des sondeurs de sédiment, multi-faisceaux, bathymétriques, des sonars latéraux. Les informations issues de ces capteurs doivent être fusionnées avec d'autres informations issues par exemple de la centrale inertielle. Cette combinaison d'informations est à réaliser à des instants différents sur des zones déjà renseignées avec un objectif de rapidité afin de se positionner, de détecter, reconnaître ou encore suivre des objets. Cette problématique très vaste ouvre un champ d'applications et de développement important pour la théorie des fonctions de croyance. C'est en partie le travail que nous réalisons actuellement pour le développement d'un outil de fusion de données dans le cadre du PEA REA discret pour le SHOM en sous-traitance de la société Alyotech.
- Dans le domaine de la reconnaissance de cibles à partir de radars, la problématique est très similaire. Cependant les particularités du milieu marin offrent aujourd'hui encore de nouveaux challenges. La variabilité des configurations possibles, particulièrement pour des liaisons multi-statiques, et la difficulté d'acquérir de telles données, nous ont poussé à développer un simulateur de la surface maritime et des sillages de navires dans Arnold-Bos *et al.* (2007a) et Arnold-Bos *et al.* (2007b), réalisé dans le cadre de la thèse d'Andreas Arnold-Bos. Ce type de simulateur peut ainsi permettre de développer la théorie des fonctions de croyance dans de nombreuses configurations multi-statiques.
- L'automobile est également de plus en plus porteuse d'un grand nombre de capteurs très divers. Ces capteurs sont encore peu employés de manière simultanée, même s'il apparaît aujourd'hui important d'intégrer la vidéo pour la détection de danger tel que les piétons ou autres voitures. Les informations issues des radars de positionnement, lidar, capteurs infra-rouge peuvent apporter aussi des informations complémentaires aux informations de conduite extraites de manière automatique et aux informations fournies directement par le conducteur. Les contraintes liées aux dangers telles que le temps réel et la sûreté de fonctionnement, ainsi que le rendu de l'information sont certainement moteur pour le développement de nouvelles approches liées aux fonctions de croyance.
- Les systèmes de surveillance sont aujourd'hui de plus en plus développés à partir de réseaux de capteurs. Ces capteurs peuvent être isolés ou bien disposés sous forme de nœuds de capteurs. Nous retrouvons les caméras de surveillance, mais également des capteurs pyroélectriques, sismiques, acoustiques ou magnétiques. Le réseau de capteurs peut être déployé de manière précise disposant de l'information de position des capteurs, ou bien de façon plus aléatoire par exemple si la situation nécessite un largage des capteurs en mer ou en terrain difficile. Les porteurs des capteurs peuvent de plus être fixes ou mobiles. Les objectifs de tels réseaux peuvent être nombreux tel que l'exploration, la localisation de phénomènes, la protection qui nécessite de détecter, reconnaître et suivre des dangers. Les différents phénomènes

ainsi observés peuvent être de plusieurs natures telles que ponctuelle, dispersive de façon discrète ou continue. Dans ce derniers cas, pour la localisation et estimation de phénomènes dispersifs à partir d'un réseau de capteurs, les fonctions de croyance continues semblent tout indiquées.

Un système d'identification doit donc permettre la modélisation et la combinaison des informations en tenant compte des problèmes issus de la qualité et de l'hétérogénéité des données, ainsi que des problèmes issus de la fiabilité et des contradictions des différents capteurs.

Dans de tels systèmes, la fusion des informations issues des capteurs doit donc pouvoir aider l'opérateur humain à prendre une meilleure décision. L'aspect décisionnel de la fusion est primordiale et doit pouvoir répondre aux attentes de l'opérateur. La théorie des fonctions de croyance doit donc pouvoir fournir, selon l'application, des informations décisionnelles sous différentes formes, en permettant à l'opérateur de découvrir des éléments non attendus dans les données tel la fouille de données, mais aussi en indiquant les zones ou cartes d'ignorance, de conflit ou de l'information recherchée avec un degré de crédibilité associée.

Ces perspectives très liées au conflit dans la théorie des fonctions de croyance, ne doivent pas masquer les grandes capacités de cette théorie à traiter des problèmes et applications concrets qui lui prédisent un bel avenir de développement et d'applications.

# Références

- Ambroise, C., T. Denœux, G. Goavert, et P. Smets (2001). Learning from an imprecise teacher : probabilistic and evidential approaches. In *ASMDA*, Volume 1, Compiègne, France, pp. 100–105. 2001.
- Appriou, A. (1998). Uncertain data aggregation in classification an tracking process. In B. Bouchon-Meunier (Ed.), *Aggregation and Fusion of Imperfect Information*, pp. 231–260. Springer, 1998.
- Appriou, A. (2002). Discrimination multisignal par la théorie de l'évidence. In R. Lenglé (Ed.), *Décision et Reconnaissance des formes en signal* (éd. Lavoisier), Chapitre 7, pp. 219–258. Hermes Science Publication, 2002.
- Appriou, A. (2005). Approche générique de la gestion de l'incertain dans les processus de fusion multisenseur. *Traitement du Signal 22*, pp. 307–319, 2005.
- Aregui, A. et T. Denœux (2007). Fusion of one-class classifiers in the belief function framework. In *International Conference on Information Fusion*, Québec, Canada. Juillet 2007.
- Arnold-Bos, A., A. Khenchaf, et A. Martin (2007a). Bistatic radar imaging of the marine environment. Part I : theoretical bakground. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, EUSAR'06 Special Issue 45*(11), pp. 3372–3383, Novembre 2007.
- Arnold-Bos, A., A. Khenchaf, et A. Martin (2007b). Bistatic radar imaging of the marine environment. Part II : simulation and results analysis. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, EUSAR'06 Special Issue 45*(11), pp. 3384–3396, Novembre 2007.
- Artigues, S. et C. Billard (2005). Logiciel de segmentation et de classification automatique de sédiments marins. Rapport technique, Projet industriel, ENSIETA, 2005.
- Barnett, J. (1981). Computational methods for a mathematical theory of evidence. In *International Joint Conference on Artificial Intelligence (IJCAI)*, Vancouver, Canada, pp. 868–875. Août 1981.
- Baudrit, C. (2006). Modèles probabilistes paramétriques imprécis : méta-probabilités vs probabilité floues. In *Rencontres francophones sur la Logique Floue et ses Applications (LFA)*. 2006.

- Bauer, M. (1997). Approximation algorithms and decision making in the Dempster-Shafer theory of evidence. *International Journal of Approximate Reasoning* 17, pp. 217–237, 1997.
- Bloch, I. (1996a). Incertitude, imprécision et additivité en fusion de données : point de vue historique. *Traitement du Signal* 13(4), pp. 267–288, 1996.
- Bloch, I. (1996b). Information Combination Operators for Data Fusion : A Comparative Review with Classification. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics - Part A : Systems and Humans* 26(1), pp. 52–67, Janvier 1996.
- Bloch, I. (2003). *Fusion d'informations en traitement du signal et des images* (éd. Lavoisier). Hermes Science Publication, Janvier 2003.
- Bougmati, R. (2004). Classification SVM multiclassées : Application à la caractérisation d'images sonar. Mémoire de master, Université de Bretagne Occidentale, 2004.
- Capelle, A. et C. Fernandez-Maloigne (2004). Segmentation of brain tumors by evidence theory : on the use of the conflict information. In *International Conference on Information Fusion*, Stockholm, Sweden. Juin 2004.
- Capelle, A.-S., O. Colot, et C. Fernandez-Maloigne (2004). Evidential segmentation scheme of multi-echo mr images for the detection of brain tumors using neighborhood information. *Information Fusion* 5(3), pp. 203–216, Septembre 2004.
- Caron, F., B. Ristic, E. Duflos, et P. Vanheeghe (2006). Least committed basic belief density induced by a multivariate gaussian pdf. In *International Conference on Information Fusion*, Florence, Italy. Juillet 2006.
- Caron, F., B. Ristic, E. Duflos, et P. Vanheeghe (2008). Least committed basic belief density induced by a multivariate gaussian : Formulation with applications. *International Journal of Approximate Reasoning*, 48(2), pp. 419–436, Juin 2008.
- Chailloux, C. (2007). *Recalage d'images sonar par appariement de régions - Application à la génération d'une mosaïque*. Thèse de doctorat, ENST Bretagne, Université de Rennes 1, Brest, Juin 2007.
- Chang, C.-C. et C.-J. Lin (2001). LIBSVM : a library for support vector machines, *Software disponible sur <http://www.csie.ntu.edu.tw/~cjlin/libsvm/>*. National Taiwan University.
- Chen, L.-Z., W.-K. Shi, Y. Deng, et Z.-F. Zhu (2005). A new fusion approach based on distance of evidences. *Journal of Zhejiang University Science* 6A(5), pp. 476–482, 2005.
- Dambreville, F. (2009). Modeling evidence fusion rules by means of referee functions. In *International Conference on Information Fusion*, Seattle, USA, pp. 1226–1233. 6-9 July 2009.

- Dambreville, F., F. Celeste, J. Dezert, et F. Smarandache (2009). Probabilistic PCR6 fusion rule. In F. Smarandache et J. Dezert (Eds.), *Advances and Applications of DSmT for Information Fusion*, Volume 3, Chapitre 4, pp. 137–160. American Research Press Rehoboth, 2009.
- Daniel, M. (2004). Comparison between DSm and MinC combination rules. In F. Smarandache et J. Dezert (Eds.), *Applications and Advances of DSmT for Information Fusion*, Volume 1, Chapitre 10, pp. 223–241. American Research Press Rehoboth, 2004.
- Delmotte, F. et P. Borne (1998). Modeling of Reliability with Possibility Theory. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics - Part A : Systems and Humans* 28(1), pp. 78–88, Janvier 1998.
- Delplanque, M., A. Desolt-Jolly, D. Jolly, et J. Jamin (1997). Fusion dissymétrique d'informations incomplètes pour la classification d'objets sous-marins. *Traitement du Signal* 14(5), pp. 511–522, 1997.
- Dempster, A. P. (1967). Upper and Lower probabilities induced by a multivalued mapping. *Annals of Mathematical Statistics* 38, pp. 325–339, 1967.
- Dempster, A. P., N. Laird, et D. Rubin (1977). Maximum likelihood from incomplete data via the em algorithm. *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)* 39(1), pp. 1–38, 1977.
- Dencœur, T. (1995). A  $k$ -Nearest Neighbor Classification Rule Based on Dempster-Shafer Theory. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics - Part A : Systems and Humans* 25(5), pp. 804–813, Mai 1995.
- Dencœur, T. (1997a). Analysis of evidence-theoretic decision rules for pattern classification. *Pattern Recognition* 30(7), pp. 1095–1107, 1997.
- Dencœur, T. (1997b). Application du modèle des croyances transférables en reconnaissance de formes. *Traitement du Signal* 14(5), pp. 443–451, 1997.
- Dencœur, T. (2000). A Neural Network Classifier Based on Dempster-Shafer Theory. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics - Part A : Systems and Humans* 30(2), pp. 131–150, Mars 2000.
- Dencœur, T. (2001). Inner and outer approximation of belief structures using a hierarchical clustering approach. *International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems* 9(4), pp. 437–460, 2001.
- Dencœur, T. (2006). The cautious rule of combination for belief functions and some extensions. In *International Conference on Information Fusion*, Florence, Italy. Juin 2006.
- Dencœur, T. (2008). Conjunctive and disjunctive combination of belief functions induced by nondistinct bodies of evidence. *Artificial Intelligence* 172, pp. 234–264, 2008.

- Dencœux, T. (2009). Extending stochastic ordering to belief functions on the real line. *Information Sciences 179*, pp. 1362–1376, 2009.
- Dencœux, T. et M. Skarstein Bjanger (2000). Induction of decision trees from partially classified data using belief function. In *Proceedings of SMC'2000*, Nashville, USA, pp. 2923–2928. 2000.
- Dezert, J. (2002). Foundations for a new theory of plausible and paradoxical reasoning. *Information & Security. An International Journal 9*, pp. 13–57, 2002.
- Dezert, J., A. Martin, et F. Smarandache (2009). Comments on “A new combination of evidence based on compromise“ by K. Yamada. *Fuzzy Sets and Systems 160*(6), pp. 853–855, Mars 2009.
- Dezert, J. et F. Smarandache (2004a). The generation of the hyper-power sets. In F. Smarandache et J. Dezert (Eds.), *Applications and Advances of DSMT for Information Fusion*, Volume 1, Chapitre 2, pp. 37–48. American Research Press Rehoboth, 2004.
- Dezert, J. et F. Smarandache (2004b). Partial ordering on hyper-power sets. In F. Smarandache et J. Dezert (Eds.), *Applications and Advances of DSMT for Information Fusion*, Volume 1, Chapitre 3, pp. 49–60. American Research Press Rehoboth, 2004.
- Dezert, J., F. Smarandache, et M. Daniel (2004). The Generalized Pignistic Transformation. In *International Conference on Information Fusion*, Stockholm, Sweden. Juin 2004.
- Dhibi, M., R. Courtis, et A. Martin (2008). Multi-segmentation of sonar images using belief function theory. In *Acoustics*, Paris, France. 2008.
- Djiknavorian, P. et D. Grenier (2006). Reducing DSMT hybrid rule complexity through optimisation of the calculation algorithm. In F. Smarandache et J. Dezert (Eds.), *Applications and Advances of DSMT for Information Fusion*, Volume 2, Chapitre 15, pp. 365–430. American Research Press Rehoboth, 2006.
- Domenech, A. et A. Ndjeng Ndjeng (2004). Logiciel de segmentation et classification manuelle de sédiments marins. Rapport technique, Projet industriel, ENSIETA, 2004.
- Doré, P.-E. (2008). Théorie des fonctions de croyance pour la combinaison et la mise à jour d'informations en recherche et sauvetage. Mémoire de master, Université de Bretagne Occidentale, Septembre 2008.
- Doré, P.-E., A. Martin, I. Abi-Zeid, A.-L. Joussetme, et P. Maupin (2009a). Theory of belief functions for information combination and update in search and rescue operations. In *International Conference on Information Fusion*, Seattle, USA, pp. 514–521. 6-9 July 2009.

- Doré, P.-E., A. Martin, et A. Khenchaf (2009b). Construction de la densité de masse de moindre engagement associée à une densité de probabilité multimodale. In *Rencontres Francophones sur la Logique Floue et ses Applications (LFA)*, Annecy, France. 5-6 novembre 2009.
- Dubois, D. et H. Prade (1986). A set-theoretic view of belief functions - logical operations and approximation by fuzzy sets. *International journal of General Systems* 12(2), pp. 193–226, 1986.
- Dubois, D. et H. Prade (1987). *Théorie des possibilités*. Masson, Novembre 1987.
- Dubois, D. et H. Prade (1988). Representation and combination of uncertainty with belief functions and possibility measures. *Computational Intelligence* 4, pp. 244–264, 1988.
- Dubois, D. et H. Prade (1994a). La fusion d'informations imprécises. *Traitement du Signal* 11(6), pp. 447–458, 1994.
- Dubois, D. et H. Prade (1994b). Possibility theory and data fusion in poorly informed environments. *IFAC* 2(5), pp. 811–823, 1994.
- Dubois, D., H. Prade, et P. Smets (1996). Representing partial ignorance. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics - Part A : Systems and Humans* 26(3), pp. 361–377, 1996.
- Elouedi, Z., K. Mellouli, et P. Smets (2004). Assessing Sensor Reliability for Multisensor Data Fusion Within The Transferable Belief Model. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics - Part B : Cybernetics* 34(1), pp. 782–787, Février 2004.
- Faux, F. et F. Luthon (2007). étude de différentes règles de fusion d'information couleur appliquées à la détection d'un visage en temps réel. In *Rencontres sur la Logique Floue et ses Applications (LFA)*, Nîmes. Novembre 2007.
- Fiche, A. (2009). Fonctions de croyance continues pour la caractérisation des sédiments marins. Mémoire de master, Université de Bretagne Occidentale, Brest, Juin 2009.
- Fiche, A. et A. Martin (2009). Approche bayésienne et fonctions de croyance continues pour la classification. In *Rencontres Francophones sur la Logique Floue et ses Applications (LFA)*, Annecy, France. 5-6 novembre 2009.
- Florea, M. C. (2007). *Combinaison d'informations hétérogènes dans le cadre unificateur des ensembles aléatoires : Approximations et robustesse*. Thèse de doctorat, Université Laval, Québec, Juin 2007.
- Florea, M. C. et E. Bossé (2009). Crisis management using Dempster Shafer theory : Using dissimilarity measures to characterize sources' reliability. In *C3I for Crisis, Emergency and Consequence Management*, Bucharest, Roumanie. Mai 2009.
- Florea, M. C., J. Dezert, P. Valin, F. Smarandache, et A.-L. Jousselme (2006). Adaptive combination rule and proportional conflict redistribution rule for information fusion. In *COGNITIVE systems with Interactive Sensors*, Paris, France. Mars 2006.

- Florea, M. C., A.-L. Jousselme, E. Bossé, et D. Grenier (2009). Robust combination rules for evidence theory. *Information Fusion* 10, pp. 183–197, 2009.
- Frélicot, C. et L. Mascarilla (2004). Stratégie de rejet en classification supervisée : une synthèse par opérateur de De Morgan. *Traitement du Signal* 21(2), pp. 71–87, 2004.
- George, T. et N. R. Pal (1996). Quantification of conflict in Dempster-Shafer framework : a new approach. *International Journal of General Systems* 24(4), pp. 407–423, 1996.
- Haenni, R. (2002). Are alternatives to Dempster’s rule of combination real alternatives ? Comments on "About the belief function combination and conflict management problem" - Lefevre et al. *Information Fusion* 3, pp. 237–239, 2002.
- Haenni, R. (2005). Shedding new light on Zadeh’s criticism of Dempster’s rule of combination. In *International Conference on Information Fusion*, Philadelphia, USA. juillet 2005.
- Haenni, R. et N. Lehmann (2002). Resource-bounded and anytime approximation of belief function computations. *International Journal of Approximate Reasoning* 32(1-2), pp. 103–154, 2002.
- Haenni, R. et N. Lehmann (2003). Implementing belief function computations. *International Journal of Intelligent Systems* 18, pp. 31–49, 2003.
- Hammal, Z. (2006). *Segmentation des Traits du Visage, Analyse et Reconnaissance d’Expressions Faciales par le Modèle de Croissance Transférable*. Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier, Grenoble, 2006.
- Haralick, R., K. Shanmugan, et I. Dinstein (1973). Textural features for image classification. *IEEE Transactions on System, Man and Cybernetic* 3, pp. 610–621, 1973.
- Inagaki, T. (1991). Independence between safety-control policy and multiple-sensors schemes via Dempster-Shafer theory. *IEEE Transaction on reliability* 40, pp. 182–188, 1991.
- Janez, F. (1996). *Fusion de sources d’information définies sur des référentiels non exhaustifs différents*. Thèse de doctorat, Université d’Angers, Novembre 1996.
- Janez, F. et A. Appriou (1996). Théorie de l’Evidence et cadres de discernement non exhaustifs. *Traitement du Signal* 13(3), pp. 237–250, 1996.
- Janez, F. et A. Appriou (1998). Theory of evidence and non-exhaustive frames of discernment : Plausibilities correction methods. *International Journal of Approximate Reasoning* 18, pp. 1–19, 1998.
- Jøsang, A., M. Daniel, et P. Vannoorenberghe (2003). Strategies for combining conflicting dogmatic belief. In *International Conference on Information Fusion*, Cairns, Australia. Juin 2003.

- Jousselme, A.-L., D. Grenier, et E. Bossé (2001). A new distance between two bodies of evidence. *Information Fusion 2*, pp. 91–101, 2001.
- Jousselme, A.-L., A. Martin, et P. Maupin (2008). Gestion de l'information paradoxale contrainte par des requêtes pour la classification de cibles dans un réseau de capteurs multi-modalités. In *Colloque Systèmes Complexes d'Information et de Gestion des Risques pour l'Aide à la Décision*, Brest, France. 24-25 Novembre 2008.
- Jousselme, A.-L. et P. Maupin (2008). *Communication personnelle*. Québec, Canada : RDDC.
- Kallel, A., S. Le Hégarat-Masclé, L. Hubert-Moy, et C. Ottlé (2008). Fusion of vegetation indices using continuous belief functions and cautious-adaptive combination rule. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing 46*, pp. 1499–1513, 2008.
- Kanouno, T., M. Jaisimha, J. Palmer, et R. Haralick (1995). A methodology for quantitative performance evaluation of detection algorithms. *IEEE Transactions on Image Processing 4*(21), pp. 1667–1673, 1995.
- Kennes, R. (1992). Computational Aspect of the Möbius Transformation of Graphs. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics - Part A : Systems and Humans 22*(2), pp. 201–223, 1992.
- Klein, J. (2008). *Suivi robuste d'objets dans des séquences d'images par fusion de sources, application au suivi de véhicules dans des scènes routières*. Thèse de doctorat, Université de Rouen, Décembre 2008.
- Klir, G. (1994). Mesures of uncertainty in the Dempster-Shafer theory of evidence. In R. Yager, J. Kacprzyk, et M. Fedrizzi (Eds.), *Advances in the Dempster-Shafer theory of evidence*, Chapitre 2, pp. 35–49. John Wiley & Sons, Inc., 1994.
- Laanaya, H. (2007). *Classification en environnement Incertain : Application à la Caractérisation de Sédiments Marins*. Thèse de doctorat, Université de Bretagne Occidentale, ENSIETA, Brest, 14 décembre 2007.
- Laanaya, H. et A. Martin (2009). Multi-view fusion based on belief functions for seabed recognition. In *International Conference on Information Fusion*, Seattle, USA, pp. 195–202. 6-9 July 2009.
- Laanaya, H., A. Martin, D. Aboutajdine, et A. Khenchaf (2006). Classification des sédiments marins par fusion de classifieurs binaires SVM. In *Caractérisation du milieu marin*, Brest, France. Octobre 2006.
- Laanaya, H., A. Martin, D. Aboutajdine, et A. Khenchaf (2007). Régression floue et crédibiliste par SVM pour la classification des images sonar. In *EGC*, Namur, Belgique. Janvier 2007.
- Lam, L. et C. Suen (1997). Application of Majority Voting to Pattern Recognition : An Analysis of Its Behavior and Performance. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics - Part A : Systems and Humans 27*, pp. 553–568, 1997.

- Le Bian, G. (2006). Fusion de caractéristiques en imagerie : Acquisition et prétraitement des données sonars. Mémoire de master, Université de Bretagne Occidentale, 2006.
- Le Chenadec, G. et J.-M. Boucher (2005). Sonar image segmentation using the angular dependence of backscattering distributions. In *IEEE Oceans'05 Europe*, Brest, France. Juin 2005.
- Le Hégarat-Masclé, S., I. Bloch, et D. Vidal-Madjar (1997). Application of Dempster-Shafer Evidence Theory to Unsupervised Classification in Multisource Remote Sensing. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing* 35(4), pp. 1018–1031, Juillet 1997.
- Leblond, I. (2006). *Recalage à long terme d'images sonar par mise en correspondance de cartes de classification automatique des fonds*. Thèse de doctorat, Université de Bretagne Occidentale, ENSIETA, 2006.
- Lefevre, E., O. Colot, et P. Vannoorenberghe (2002). Belief function combination and conflict management. *Information Fusion* 3, pp. 149–162, 2002.
- Lefevre, E., O. Colot, et P. Vannoorenberghe (2003). Reply to the Comments of R. Haenni on the paper "Belief function combination and conflict management". *Information Fusion* 4, pp. 63–65, 2003.
- Legris, M., K. Lebart, F. Fohanno, et B. Zerr (2003). Les capteurs d'imagerie en robotique sous-marine : tendances actuelles et futures". *Traitement du Signal* 20(2), pp. 137–164, 2003.
- Lianantonakis, M. et Y. Petillot (2005). Sidescan sonar segmentation using active contours and level set methods,. In *IEEE Oceans'05 Europe*, Brest, France. Juin 2005.
- Liu, W. (2006). Analyzing the degree of conflict among belief functions. *Artificial Intelligence* 170, pp. 909–924, 2006.
- Maintz, J. B. A. et M. A. Viergever (1998). A survey of medical image registration. *Medical Image Analysis* 2(1), pp. 1–36, 1998.
- Martin, A. (2005a). Comparative study of information fusion methods for sonar images classification. In *International Conference on Information Fusion*, Philadelphia, USA. Juillet 2005.
- Martin, A. (2005b). Fusion de classifieurs pour la classification d'images sonar. *RNTI Extraction des connaissances : Etat et perspectives E-5*, pp. 259–268, Novembre 2005.
- Martin, A. (2005c). Fusion d'informations haut niveau - Application à la classification d'images sonar. In *Atelier Fouille de données complexes - Extraction et gestion de connaissance (EGC)*, Paris, France. Janvier 2005.
- Martin, A. (2006). Fusion for evaluation of image classification in uncertain environments. In *International Conference on Information Fusion*, Florence, Italy. Juillet 2006.

- Martin, A. (2008). Aide à la décision crédibiliste et rejet pour la reconnaissance d'images texturées. In *Rencontres Francophones sur la Logique Floue et ses Applications (LFA)*, Lens, France. 16-17 octobre 2008.
- Martin, A. (2009a). Implementing general belief function framework with a practical codification for low complexity. In F. Smarandache et J. Dezert (Eds.), *Advances and Applications of DSmT for Information Fusion*, Volume 3, Chapitre 7, pp. 217–274. American Research Press Rehoboth, 2009.
- Martin, A. (2009b). Reliability and combination rule in the theory of belief functions. In *International Conference on Information Fusion*, Seattle, USA, pp. 529–536. 6-9 July 2009.
- Martin, A., A.-L. Jousselme, et C. Osswald (2008a). Conflict measure for the discounting operation on belief functions. In *International Conference on Information Fusion*, Cologne, Germany. Juillet 2008.
- Martin, A., H. Laanaya, et A. Arnold-Bos (2006). Evaluation for uncertainty image classification and segmentation. *Pattern Recognition* 39(11), pp. 1987–1995, Novembre 2006.
- Martin, A. et C. Osswald (2006a). Generalized proportional conflict redistribution rule applied to sonar imagery and radar targets classification. In F. Smarandache et J. Dezert (Eds.), *Applications and Advances of DSmT for Information Fusion*, Volume 2, Chapitre 11, pp. 289–304. American Research Press Rehoboth, 2006.
- Martin, A. et C. Osswald (2006b). Human experts fusion for image classification. *Information & Security : An International Journal, Special issue on Fusing Uncertain, Imprecise and Paradoxist Information (DSmT)* 20, pp. 122–143, 2006.
- Martin, A. et C. Osswald (2006c). A new generalization of the proportional conflict redistribution rule stable in terms of decision. In F. Smarandache et J. Dezert (Eds.), *Applications and Advances of DSmT for Information Fusion*, Volume 2, Chapitre 2, pp. 69–88. American Research Press Rehoboth, 2006.
- Martin, A. et C. Osswald (2007a). Toward a combination rule to deal with partial conflict and specificity in belief functions theory. In *International Conference on Information Fusion*, Québec, Canada. Juillet 2007.
- Martin, A. et C. Osswald (2007b). Une nouvelle règle de combinaison répartissant le conflit - applications en imagerie sonar et classification de cibles radar. *Traitement du Signal* 24(2), pp. 71–82, 2007.
- Martin, A. et C. Osswald (2008). Experts fusion and multilayer perceptron based on belief learning for sonar image classification. In *ICCTA*, Damascus, Syria. 7-11 avril 2008.
- Martin, A., C. Osswald, J. Dezert, et F. Smarandache (2008b). General combination rules for qualitative and quantitative beliefs. *Journal of Advances in Information Fusion* 3(2), pp. 67–82, Décembre 2008.

- Martin, A. et I. Quidu (2008). Decision support with belief functions theory for seabed characterization. In *International Conference on Information Fusion*, Cologne, Germany. Juillet 2008.
- Martin, A. et E. Radoi (2004). Effective ATR Algorithms Using Information Fusion Models. In *International Conference on Information Fusion*, Stockholm, Sweden. Juin 2004.
- Martin, A., G. Sévellec, et I. Leblond (2004). Characteristics vs decision fusion for seabottom characterization. In *Journée d'Acoustique Sous-Marine*, Brest, France. Octobre 2004.
- Mena, J. et J. Malpica (2005). Color image segmentation based on three levels of texture statistical evaluation. *Applied Mathematics and Computation* 161, pp. 1–17, 2005.
- Mercier, D. (2006). *Fusion d'informations pour la reconnaissance automatique d'adresses postales dans le cadre de la théorie des fonctions de croyance*. Thèse de doctorat, Université de Technologie de Compiègne, Décembre 2006.
- Mercier, D., B. Quost, et T. Denœux (2008). Refined modeling of sensor reliability in the belief function framework using contextual discounting'. *Information Fusion* 9(2), pp. 246–256, avril 2008.
- Murphy, C. (2000). Combining belief functions when evidence conflicts. *Decision Support Systems* 29, pp. 1–9, 2000.
- Okaingni, J.-C. (2008). Cartographie des cuirasses dans les formations volcano-sédimentaires de la zone d'Anikro-Kadiokro à l'aide de la théorie de Dempster-Shafer. Mémoire de master, Université de Cocody, Côte d'Ivoire, Avril 2008.
- Orponen, P. (1990). Dempster's rule of combination is  $\#P$ -complete. *Artificial Intelligence* 44, pp. 245–253, 1990.
- Osswald, C. et A. Martin (2006). Understanding the large family of Dempster-Shafer theory's fusion operators - a decision-based measure. In *International Conference on Information Fusion*, Florence, Italy. Juillet 2006.
- Osswald, C. et A. Martin (2008). Discrete labels and rich foci in theory of evidence. In *International Conference on Information Fusion*, Cologne, Germany. Juillet 2008.
- Osswald, C. et A. Martin (2009). Non-numeric labels and constrained focal elements. In F. Smarandache et J. Dezert (Eds.), *Advances and Applications of DSMT for Information Fusion*, Volume 3, Chapitre 9, pp. 299–321. American Research Press Rehoboth, 2009.
- Peli, T. et D. Malah (1982). A study of edge detection algorithms. *Computer Graphics and Image Processing* 20, pp. 1–21, 1982.
- Quost, B., T. Denœux, et M. Masson (2007). Pairwise classifier combination using belief functions. *Pattern Recognition Letters* 28, pp. 644–653, 2007.

- Ramasso, E., M. Rombaut, et D. Pellerin (2007). State filtering and change detection using TBM conflict application to human action recognition in athletics videos. *IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology* 17(7), pp. 944–949, 2007.
- Ristic, B. et P. Smets (2004). Belief theory on the continuous space with an application to model based classification. In *Information Processing and Management of Uncertainty in Knowledge-Based Systems*, Perugia, Italy, pp. 1119–1126. Juillet 2004.
- Ristic, B. et P. Smets (2006). The TBM global distance measure for the association of uncertain combat ID declarations. *Information Fusion* 7(3), pp. 276–284, Septembre 2006.
- Roche, A., G. Malandain, X. Pennec, et N. Ayache (1998). The correlation ratio as a new similarity measure for multimodal image registration. *Lecture Notes in Computer Science* 1496, pp. 1115–1124, 1998.
- Rogova, G. et V. Nimier (2004). Reliability in information fusion : Literature survey. In *International Conference on Information Fusion*, Stockholm, Sweden. Juin 2004.
- Román-Roldán, R., J. Gómez-Lopera, C. Atae-allah, J. Martínez-Aroza, et P. Luque-Escamilla (2001). A measure of quality for evaluating methods of segmentation and edge detection. *Pattern Recognition* 34(5), pp. 969–980, mai 2001.
- Rominger, C., A. Martin, et A. Khenchaf (2008). Fonctions de croyance pour le recalage d’images segmentées en régions en environnement incertain. In *Rencontres Francophones sur la Logique Floue et ses Applications (LFA)*, Lens, France. 16-17 octobre 2008.
- Rominger, C., A. Martin, A. Khenchaf, et H. Laanaya (2009). Sonar image registration based on conflict from the theory of belief functions. In *International Conference on Information Fusion*, Seattle, USA, pp. 1317–1324. 6-9 July 2009.
- Russ, J. (2002). *The Image Processing Handbook*. CRC Press, 2002.
- Scholte, K. A. et W. L. van Norden (2009). Applying the pcr6 rule of combination in real time classification systems. In *International Conference on Information Fusion*, Seattle, USA, pp. 1665–1672. 6-9 July 2009.
- Sévellec, G. (2004). Classification des fonds sous-marins par la fusion de caractéristiques. Mémoire de master, Université de Bretagne Occidentale, 2004.
- Shafer, G. (1976). *A mathematical theory of evidence*. Princeton University Press, 1976.
- Shafer, G. et R. Logan (1987). Implementing Dempster’s Rule for Hierarchical Evidence. *Artificial Intelligence* 33, pp. 271–298, 1987.
- Shannon, C. (1948). A mathematical theory of communication. *Bell System Technical Journal* 27, pp. 379–423, Octobre 1948.

- Shenoy, P. et G. Shafer (1986). Propagating belief functions with local computations. *IEEE Expert* 1(3), pp. 43–51, 1986.
- Smarandache, F. et J. Dezert (2004). *Applications and Advances of DSmT for Information Fusion*, Volume 1. American Research Press Rehoboth, 2004.
- Smarandache, F. et J. Dezert (2005). Information fusion based on new proportional conflict redistribution rules. In *International Conference on Information Fusion*, Philadelphia, USA. Juin 2005.
- Smarandache, F. et J. Dezert (2006). *Advances of DSmT for Information Fusion*, Volume 2. American Research Press Rehoboth, 2006.
- Smarandache, F. et J. Dezert (2009). *Applications and Advances of DSmT for Information Fusion*, Volume 3. American Research Press Rehoboth, 2009.
- Smarandache, F., A. Martin, et J. Dezert (2009). A class of fusion rules based on the belief redistribution to subsets or complements. In F. Smarandache et J. Dezert (Eds.), *Advances and Applications of DSmT for Information Fusion*, Volume 3, Chapitre 5, pp. 161–183. American Research Press Rehoboth, 2009.
- Smets, P. (1990a). The Combination of Evidence in the Transferable Belief Model. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 12(5), pp. 447–458, 1990.
- Smets, P. (1990b). Constructing the pignistic probability function in a context of uncertainty. *Uncertainty in Artificial Intelligence* 5, pp. 29–39, 1990.
- Smets, P. (1991). The variety of ignorance and the need for well-founded theories. *Information Sciences* 57-58, pp. 135–144, 1991.
- Smets, P. (1993). Belief Functions : the Disjunctive Rule of Combination and the Generalized Bayesian Theorem. *International Journal of Approximate Reasoning* 9, pp. 1–35, 1993.
- Smets, P. (1995). The canonical decomposition of a weighted belief. In M. Kaufman. (Ed.), *International Joint Conference on Artificial Intelligence*, San Mateo, USA, pp. 1896–1901. 1995.
- Smets, P. (1997). Imperfect information : Imprecision - Uncertainty. In A. Motro et P. Smets (Eds.), *Uncertainty Management in Information Systems*, pp. 225–254. Kluwer Academic Publishers, 1997.
- Smets, P. (2002). The application of the matrix calculus for belief functions. *International Journal of Approximate Reasoning* 31, pp. 1–30, 2002.
- Smets, P. (2005a). Belief functions on real number. *International Journal of Approximate Reasoning* 40, pp. 181–223, 2005.
- Smets, P. (2005b). Decision making in the TBM : the necessity of the pignistic transformation. *International Journal of Approximate Reasoning* 38, pp. 133–147, 2005.

- Smets, P. (2007). Analyzing the combination of conflicting belief functions. *Information Fusion 8*, pp. 387–412, 2007.
- Smets, P. et R. Kennes (1994). The Transferable Belief Model. *Artificial Intelligence 66*, pp. 191–234, 1994.
- Strat, T. M. (1984). Continuous belief functions for evidential reasoning. *Proceedings of the National Conference on Artificial Intelligence 84*, pp. 308–313, 1984.
- Tacnet, J.-M., M. Batton-Hubert, et J. Dezert (2009). Information fusion for natural hazards in mountains. In F. Smarandache et J. Dezert (Eds.), *Applications and Advances of DSmT for Information Fusion*, Volume 3, Chapitre 23, pp. 565–659. American Research Press Rehoboth, 2009.
- Tessem, B. (1993). Approximations for efficient computation in the theory of evidence. *Artificial Intelligence 61*, pp. 315–329, 1993.
- Vallez, S., A. Martin, A. Mansour, C. Gervaise, et A. Khenchaf (2005). Contributions to passive acoustic oceanic tomography - part IV : A data fusion strategy for blind source separation and classification. In *IEEE Oceans'05 Europe*, Brest, France. 20-23 Juin 2005.
- Van Norden, W. L., F. Bolderheij, et C. Jonker (2008). Combining system and user belief on classification using the dsmt combination rule. In *International Conference on Information Fusion*, pp. 768–775. 30 Juin-3 Juillet 2008.
- Van Norden, W. L. et C. M. Jonker (2009). Utilizing classifier conflict for sensor management and user interaction. In F. Smarandache et J. Dezert (Eds.), *Advances and Applications of DSmT for Information Fusion*, Volume 3, Chapitre 12, pp. 371–386. American Research Press Rehoboth, 2009.
- Vannoorenberghe, P. et T. Denœux (2002). Handling uncertain labels in multiclass problems using belief decision trees. In *IPMU*, Volume 3, Annecy, France, pp. 1919–1926. Juillet 2002.
- Vannoorenberghe, P. et P. Smets (2005). Partially supervised learning by a credal em approach. In *ECQSARU*, Volume 3, Barcelona, Spain. Juillet 2005.
- Varshney, P. K. (1997). Special Issue on Data Fusion. *Proceeding of the IEEE 85(1)*, pp. 3–5, Janvier 1997.
- Varshney, P. K., B. Kumar, M. Xu, A. Drodz, et I. Kasperovch (2007). Image registration : A tutorial. In E. Lefebvre (Ed.), *Advances and Challenges in Multisensor Data and Information Processing*, pp. 187–209. IOS Press, 2007.
- Voorbraak, F. (1989). A computationally efficient approximation of Dempster-Shafer theory. *International Journal of Man-Machine Studies 30*, pp. 525–536, 1989.

- Wierman, M. J. (2001). Measuring conflict in evidence theory. In *IFSA World Congress and 20th NAFIPS International Conference*, Volume 3, pp. 1741–1745. 25-28 Juillet 2001.
- Williams, D. P. (2009). Bayesian data fusion of multi-view synthetic aperture sonar imagery for seabed classification. *IEEE Signal and Image Processing* 18(6), pp. 1239–1254, Juin 2009.
- Wilson, N. (2000). Algorithms for Dempster-Shafer theory. In D. Gabbay et P. Smets (Eds.), *Handbook of defeqsible reasoning and uncertainty management*, Volume 5 : Algorithms for uncertainty and Defeasible Reasoning, pp. 421–475. Boston : Kluwer Academic Publisher, 2000.
- Wolpert, D. H. et W. G. Macready (1997). No free lunch theorems for optimization. *IEEE Transactions on evolutionary computation* 1(1), pp. 67–82, Avirl 1997.
- Xu, L., A. Krzyzak, et C. Suen (1992). Methods of Combining Multiple Classifiers and Their Application to Handwriting Recognition. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics* 22(3), pp. 418–435, Mai 1992.
- Yager, R. R. (1983). Entropy and specificity in a mathematical theory of evidence. *International Journal of General Systems* 9, pp. 249–260, 1983.
- Yager, R. R. (1987). On the Dempster-Shafer Framework and New Combination Rules. *Informations Sciences* 41, pp. 93–137, 1987.
- Yager, R. R. (1992). On considerations of credibility of evidence. *International Journal of Approximate Reasoning* 7(1-2), pp. 45–72, Août-Septembre 1992.
- Yamada, K. (2008). A new combination of evidence based on compromise. *Fuzzy Sets and Systems* 159(13), pp. 1689–1708, Juillet 2008.
- Yong, D., S. WenKang, Z. ZhenFu, et L. Qi (2004). Combining belief functions based on distance of evidence. *Decision Support Systems* 38(3), pp. 489–493, Décembre 2004.
- Zadeh, L. A. (1965). Fuzzy sets. *Information Control* 8, pp. 338–353, 1965.
- Zadeh, L. A. (1978). Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility. *Fuzzy Sets and Systems* 1(3), pp. 3–28, 1978.
- Zadeh, L. A. (1984). A mathematical theory of evidence (*book review*). *AI magazine* 5(3), pp. 81–83, 1984.
- Zeng, C. et P. Wu (2007). A reliability discounting strategy based on plausibility function of evidence. In *International Conference on Information Fusion*, Québec, Canada. 9-12 Juillet 2007.
- Zhang, L. (1994). Representation, independence, and combination of evidence in the Dempster-Shafer theory. In R. Yager, J. Kacprzyk, et M. Fedrizzi (Eds.), *Advances in the Dempster-Shafer theory of evidence*, Chapitre 3, pp. 51–69. John Wiley & Sons, Inc., 1994.

- Zhang, P., P. Vannoorenberghe, O. Gallocher, et I. Gardin (2006). Segmentation d'images par étiquetage crédibiliste : Application à l'imagerie médicale par tomodensitométrie en cancérologie. *Traitement du Signal* 23(3-4), pp. 289–305, 2006.
- Zhang, Y. (1996). A survey on evaluation methods for images segmentation. *Pattern Recognition* 29(8), pp. 1335–1346, aout 1996.
- Zhang, Y. (1997). Evaluation and comparison of different segmentation algorithm. *Pattern Recognition Letters* 18(10), pp. 963–974, octobre 1997.
- Zitová, B. et J. Flusser (2003). Image registration methods : a survey. *Image and Vision Computing* 21(11), pp. 977–1000, Octobre 2003.
- Zouhal, L. M. et T. Dencœux (1998). An Evidence-Theoric  $k$ -NN Rule with Parameter Optimization. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics - Part C : Applications and Reviews* 28(2), pp. 263–271, Mai 1998.



# Index

- affaiblissement, 16
- auto-conflit, viii, 10, 86
- cadre de discernement, viii, 3
- caractéristique, 59–60
- cardinalité, viii, 5, 8, 22
- classifieur bayésien, 88
- classification, 60
- classifieur
  - crédibiliste, 60
- coefficient d'affaiblissement, 17
- combinaison, ix, 2, 4, 25–43
  - DPCR, 37
  - MDPCR, 40
  - PCR5, 29
  - PCR6, 36
  - conjonctive, 4
  - conjonctive normalisée, 4
  - de Dubois et Prade, 28
  - de Florea, 34
  - de Yager, 27
  - disjonctive, 26
  - mixte, 34
- conflit
  - de recalage, viii, 83
  - global, viii, 4
  - intrinsèque, 10
  - local, 18
  - partiel, 10, 20
  - total, viii, 11, 13, 18
- consonant, 11, 89
- crédibilité, viii, 3, 5, 88
- diagramme de Venn, 5, 45, 47
- décision, 2
  - processus, 21–22
- élément focal, 3
- fiabilité, 8, 83
  - locale, 18
  - totale, 17
- fonction
  - de croyance, 3–5
  - de croyance continue, 88–89
  - de masse, 3
  - indicatrice, ix
  - non-dogmatique, 11, 46
  - à support simple, 8, 86
- idempotent, 9, 27
- ignorance, 8
  - partielle, 8, 28
  - totale, 8
- imprécision, 8
- incertitude, 8
- inconsistance de la fusion, 4
- indépendance
  - cognitive, 9
  - statistique, 9
- masse
  - de croyance, 3
  - élémentaire, 3
- matrice
  - de co-occurrence, 59
  - de confusion, 62, 83, 90
  - de confusion normalisée, 62, 70
- mesure
  - de bonne détection, 64–65
  - de fausse détection, 65–66
  - de dérivée, 84
- modèle
  - de distance, 67, 71
  - probabiliste, 66, 71
- modélisation, 2
- monde

fermé, 3  
ouvert, 3

noyau, 3

plausibilité, viii, 3, 5, 88

probabilité pignistique, viii, 4, 5, 88

spécificité, 8, 22

taux

  d'erreur classification, 62

  de bonne classification, 62

texture, 59

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction générale</b>	<b>1</b>
1.1	Problématique des imperfections et du conflit en particulier . . . . .	2
1.2	Présentation générale de la théorie des fonctions de croyance . . . . .	3
1.3	Architecture du document . . . . .	5
<b>2</b>	<b>Modélisation et décision en présence de conflit</b>	<b>7</b>
2.1	Introduction . . . . .	8
2.2	Mesures de conflit . . . . .	9
2.2.1	Auto-conflit . . . . .	10
2.2.2	Mesure de conflit fondée sur une distance . . . . .	11
2.2.3	Illustration à partir de simulations . . . . .	14
2.3	Estimation de la fiabilité à partir d'une mesure de conflit . . . . .	16
2.3.1	Fiabilité totale . . . . .	16
2.3.2	Fiabilité locale et conflit local . . . . .	18
2.4	Décision sur des informations conflictuelles . . . . .	20
2.4.1	Processus de décision . . . . .	21
2.4.2	Décision selon la cardinalité . . . . .	22
2.5	Conclusion . . . . .	24
<b>3</b>	<b>Gestion du conflit lors de la combinaison des fonctions de masse</b>	<b>25</b>
3.1	Introduction . . . . .	26
3.2	Opérateurs et répartition du conflit . . . . .	27
3.3	Gestion du conflit . . . . .	30
3.3.1	Une règle de combinaison répartissant le conflit partiel . . . . .	30
3.3.2	Prise en compte de la fiabilité et de la spécificité . . . . .	33
3.4	Discussion . . . . .	41
<b>4</b>	<b>Implémentation des fonctions de croyance</b>	<b>45</b>
4.1	Introduction . . . . .	46
4.2	Une codification pratique . . . . .	47
4.3	Ajout de contraintes . . . . .	50
4.4	Codification des éléments focaux . . . . .	50
4.5	Combinaison et décision . . . . .	51
4.6	Génération de l'espace réduit $D_r^\ominus$ . . . . .	51
4.7	Décodage . . . . .	53

4.8	Conclusion . . . . .	54
<b>5</b>	<b>Caractérisation des fonds marins et évaluation</b>	<b>55</b>
5.1	Introduction . . . . .	56
5.1.1	Les images sonar . . . . .	56
5.1.2	Classification des images sonar . . . . .	58
5.2	Évaluation à partir de données incertaines . . . . .	60
5.2.1	Évaluation de la classification d'images . . . . .	61
5.2.2	Évaluation de la segmentation . . . . .	64
5.3	Fusion de classifieurs . . . . .	66
5.3.1	Modélisation des fonctions de masse . . . . .	66
5.3.2	Présentation des résultats . . . . .	68
5.4	Bilan . . . . .	72
<b>6</b>	<b>Gestion et utilisation du conflit en imagerie sonar</b>	<b>75</b>
6.1	Introduction . . . . .	76
6.2	Décision sur des informations conflictuelles . . . . .	76
6.2.1	Modèle de fonctions de masse pour classifieurs binaires . . . . .	76
6.2.2	Résultats et discussion . . . . .	77
6.2.3	Bilan . . . . .	80
6.3	Utilisation du conflit pour le recalage d'images sonar . . . . .	81
6.3.1	Processus de recalage d'images . . . . .	81
6.3.2	Recalage d'images fondé sur le conflit global . . . . .	83
6.3.3	Résultats de recalage d'images sonar . . . . .	84
6.3.4	Discussion . . . . .	86
6.4	Fonctions de croyance continues pour la classification . . . . .	87
6.4.1	Classification à partir de densités . . . . .	87
6.4.2	Application des fonctions de croyance continues à la caractérisation des sédiments marins . . . . .	89
6.5	Conclusion . . . . .	93
<b>7</b>	<b>Conclusion et perspectives</b>	<b>95</b>
7.1	Conclusion . . . . .	96
7.2	Perspectives . . . . .	97
	<b>Références</b>	<b>101</b>
	<b>Index</b>	<b>117</b>